ΘΕΩΝΟΣ ΣΜΥΡΝΑΙΟΥ

ΠΛΑΤΩΝΙΚΟΥ

ΤΩΝ ΚΑΤΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΝ ΧΡΗΣΙΜΩΝ ΕΙΣ ΤΗΝ ΠΛΑΤΩΝΟΣ ΑΝΑΓΝΩΣΙΝ

< ΜΕΡΟΣ Α >

< Εἰσαγωγή >

Ὅτι ἀναγκαῖα τὰ μαθήματα

α. Ὅτι μὲν οὐχ οἷόν τε συνεῖναι τῶν μαθηματικῶς λεγομένων παρὰ Πλάτωνι μὴ καὶ αὐτὸν ἠσκημένον ἐν τῇ θεωρίᾳ ταύτῃ, πᾶς ἄν που ὁμολογήσειεν · ὡς δὲ οὐδὲ τὰ ἄλλα ἀνωφελὴς οὐδὲ ἀνόνητος ἡ περὶ ταῦτα ἐμπειρία, διὰ πολλῶν αὐτὸς ἐμφανίζειν ἔοικε. τὸ μὲν οὖν συμπάσης γεωμετρίας καὶ συμπάσης μουσικῆς καὶ ἀστρονομίας ἔμπειρον γενόμενον τοῖς Πλάτωνος συγγράμμασιν ἐντυγχάνειν μακαριστὸν μὲν εἴ τῳ γένοιτο, οὐ μὴν εὔπορον οὐδὲ ῥᾴδιον ἀλλὰ πάνυ πολλοῦ τοῦ ἐκ παίδων πόνου δεόμενον. ὥστε δὲ τοὺς διημαρτηκότας τοῦ ἐν τοῖς μαθήμασιν ἀσκηθῆναι, ὀρεγομένους δὲ τῆς γνώσεως τῶν συγγραμμάτων αὐτοῦ μὴ παντάπασιν ὧν ποθοῦσι διαμαρτεῖν, κεφαλαιώδη καὶ σύντομον ποιησόμεθα τῶν ἀναγκαίων καὶ ὧν δεῖ μάλιστα τοῖς ἐντευξομένοις Πλάτωνι μαθηματικῶν θεωρημάτων παράδοσιν, ἀριθμητικῶν τε καὶ μουσικῶν καὶ γεωμετρικῶν τῶν τε κατὰ στερεομετρίαν καὶ ἀστρονομίαν, ὧν χωρὶς

THÉON DE SMYRNE

PHILOSOPHE PLATONICIEN

DES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES UTILES

POUR LA LECTURE DE PLATON

PREMIÈRE PARTIE

INTRODUCTION

De l'utilité des mathématiques

I. Tout le monde conviendra assurément qu'il n'est pas possible de comprendre ce que Platon a écrit sur les mathématiques, si l'on ne s'est pas adonné à leur étude. Lui-même a montré en beaucoup d'endroits que cette connaissance n'est pas inutile et sans fruit pour les autres sciences. Celui-là donc doit être estimé très heureux qui, en abordant les écrits de Platon, possède bien toute la géométrie, toute la musique et l'astronomie. Mais ce sont là des connaissances dont l'acquisition n'est ni rapide, ni facile; elle exige, au contraire, un travail assidu dès la première jeunesse. Dans la crainte que ceux qui n'ont pas eu la possibilité de cultiver les mathématiques et qui désirent néanmoins connaître les écrits de Platon ne se voient forcés d'y renoncer, nous donnerons ici un sommaire et un abrégé des connaissances nécessaires et la tradition des théorèmes mathématiques les plus utiles sur l'arithmétique, la musique, la géométrie, la stéréométrie et οὐχ οἷόν τε εἶναί φησι τυχεῖν τοῦ ἀρίστου βίου, διὰ πολλῶν πάνυ δηλώσας ὡς οὐ χρὴ τῶν μαθημάτων ἀμελεῖν.

Ἐρατοσθένης μὲν γὰρ ἐν τῷ ἐπιγραφομένῳ Πλατωνικῷ φησιν ὅτι, Δηλίοις τοῦ θεοῦ χρήσαντος ἐπὶ ἀπαλλαγῇ λοιμοῦ βωμὸν τοῦ ὄντος διπλασίονα κατασκευάσαι, πολλὴν ἀρχιτέκτοσιν ἐμπεσεῖν ἀπορίαν ζητοῦσιν ὅπως χρὴ στερεὸν στερεοῦ γενέσθαι διπλάσιον, ἀφικέσθαί τε πευσομένους περὶ τούτου Πλάτωνος. τὸν δὲ φάναι αὐτοῖς, ὡς ἄρα οὐ διπλασίου βωμοῦ ὁ θεὸς δεόμενος τοῦτο Δηλίοις ἐμαντεύσατο, προφέρων δὲ καὶ ὀνειδίζων τοῖς Ἕλλησιν ἀμελοῦσι μαθημάτων καὶ γεωμετρίας ὠλιγωρηκόσιν.

ἀκολούθως δὲ τῇ τοῦ Πυθίου παραινέσει πολλὰ καὶ αὐτὸς διέξεισιν ὑπὲρ τοῦ ἐν τοῖς μαθήμασι χρησίμου. ἔν τε γὰρ τῇ Ἐπινομίδι προτρέπων ἐπὶ τὰ μαθήματά φησιν · οὐ γὰρ ἄνευ τούτων ποτέ τις ἐν πόλει εὐδαιμόνων γενήσεται φύσις , ἀλλ' οὗτος ὁ τρόπος, αὕτη ἡ τροφή , ταῦτα τὰ μαθήματα, εἴτε χαλεπὰ εἴτε ῥᾴδια, διὰ ταύτης ἰτέον · ἀμελῆσαι δὲ οὐ θεμιτόν ἐστι θεῶν. καὶ ἐν τοῖς ἐφεξῆς τὸν τοιοῦτόν φησιν ἐκ πολλῶν ἕνα γεγονότα εὐδαίμονά τε ἔσεσθαι καὶ σοφώτατον ἅμα καὶ μακάριον.

ἐν δὲ τῇ Πολιτείᾳ φησίν · ἐκ τῶν κε' ἐτῶν οἱ προκριθέντες τιμάς τε τῶν ἄλλων μείζους οἴσονται, τά τε χύδην μαθήματα πᾶσιν ἐν τῇ παιδείᾳ γενόμενα τούτοις συνακτέον εἰς σύνοψιν οἰκειότητός τε ἀλλήλων τῶν μαθημάτων καὶ τῆς τοῦ ὄντος φύσεως. παραινεῖ τε πρῶτον μὲν ἔμπειρον γενέσθαι ἀριθμητικῆς, ἔπειτα γεωμετρικῆς, τρίτον δὲ στερεομετρίας, τέταρτον ἀστρονο-

Ligne 16 διά ταύτης ἰτέον] les diverses éditions de Platon donnent ταύτῃ πορευτέον, cf. *Épinomis*, p. 992 B.

19 κε' ἐτῶν] le texte de Platon porte εἰκοσιετῶν, cf. *République* VII, p. 537 B.

l'astronomie, sciences sans lesquelles il est impossible d'être parfaitement heureux, comme il le dit *, après avoir longuement démontré qu'on ne doit pas négliger les mathématiques.

Ératosthène, dans le livre qui a pour titre le *Platonicien*, rapporte que les Déliens ayant interrogé l'oracle sur le moyen de se délivrer de la peste, le dieu leur ordonna de construire un autel double de celui qui existait déjà. Ce problème jeta les architectes dans un étrange embarras. Ils se demandaient comment on peut faire un solide double d'un autre. Ils interrogèrent Platon sur la difficulté. Celui-ci leur répondit que le dieu avait ainsi rendu l'oracle, non qu'il eût aucun besoin d'un autel double, mais pour reprocher aux Grecs de négliger l'étude des mathématiques et de faire peu de cas de la géométrie *.

Pour entrer dans ces vues d'Apollon Pythien, il s'étendit dès lors longuement, dans ses entretiens, sur l'utilité des mathématiques. C'est ainsi que dans l'*Epinomis,* voulant exciter à les étudier, il dit : « Personne, certes, ne saurait être « heureux dans l'État, s'il les ignore ; telle est la voie, telle « est l'éducation, telles sont les sciences, faciles ou non à « apprendre, qui peuvent conduire à cette fin ; on n'a pas « le droit de négliger les dieux... *. » Plus loin il dit encore : que « s'il y en a un seul qui soit tel (mathématicien), c'est « celui-là qui sera favorisé de la fortune et au comble de la « sagesse et de la félicité * ».

Dans la *République,* voici ce qu'il écrit : « A partir de vingt- « cinq ans, ceux qu'on aura choisis obtiendront des distinc- « tions plus honorables et on devra leur présenter dans leur « ensemble les sciences que tous, dans l'enfance, ont étudiées « isolément, afin qu'ils saisissent sous un point de vue général « et les rapports que ces sciences ont entre elles, et la nature « de l'être *». Il prescrit de se livrer d'abord à l'étude de

Ligne 2 *Épinomis,* p. 992 A. — 14 Voyez note 1, après la traduction. — 22 *Épinomis*, passage cité. — 25 *Épinomis*, p. 992 B. — 32 *République*, VII, p. 537 B, le texte de Platon porte vingt ans au lieu de vingt-cinq ans.

μίας, ἣν φησιν εἶναι θεωρίαν φερομένου στερεοῦ, πέμπτον δὲ μουσικῆς. τό τε χρήσιμον παραδεικνὺς τῶν μαθημάτων φησίν· ἡδὺς εἶ, ὅτι ἔοικας δεδιέναι, μὴ ἄχρηστα τὰ μαθήματα προστάττοιμι. τὸ δ' ἔστιν οὐ πάνυ φαύλοις, ἀλλὰ πᾶσι χαλεπὸν πιστευθῆναι, ὅτι ἐν τούτοις τοῖς μαθήμασιν ἑκάστου οἷον ὀργάνοις τὸ ψυχῆς ἐκκαθαίρεται καὶ ἀναζωπυρεῖται ὄμμα τυφλούμενον καὶ ἀποσβεννύμενον ὑπὸ τῶν ἄλλων ἐπιτηδευμάτων, κρεῖττον ὂν σωθῆναι μυρίων ὀμμάτων· μόνῳ γὰρ αὐτῷ ἀλήθεια ὁρᾶται.

ἐν δὲ τῷ ἑβδόμῳ τῆς Πολιτείας περὶ ἀριθμητικῆς λέγων ὡς ἔστιν ἀναγκαιοτάτη πασῶν φησιν, ἔπειτα ἧς δεῖ πάσαις μὲν τέχναις, πάσαις δὲ διανοίαις καὶ ἐπιστήμαις καὶ τῇ πολεμικῇ. παγγέλοιον γοῦν στρατηγὸν Ἀγαμέμνονα ἐν ταῖς τραγῳδίαις Παλαμήδης ἑκάστοτε ἀποφαίνει. φησὶ γὰρ ἀριθμὸν εὑρὼν τάς τε τάξεις καταστῆσαι τῷ στρατοπέδῳ ἐν Ἰλίῳ καὶ ἐξαριθμῆσαι ναῦς τε καὶ τὰ ἄλλα πάντα, ὡς πρὸ τοῦ ἀναριθμήτων ὄντων καὶ τοῦ Ἀγαμέμνονος ὡς ἔοικεν οὐδὲ ὅσους εἶχε πόδας εἰδότος, εἴγε μὴ ἠπίστατο ἀριθμεῖν. κινδυνεύει οὖν τῶν πρὸς νόησιν ἀγόντων φύσει εἶναι, καὶ οὐδεὶς αὐτῷ χρῆται ἑλκτικῷ ὄντι πρὸς οὐσίαν καὶ νοήσεως παρακλητικῷ.

Les manuscrits et les textes imprimés de Théon contiennent en général peu d'alinéas, nous en augmentons le nombre pour que la traduction française soit toujours en regard du texte grec.

l'arithmétique, puis à celle de la géométrie, en troisième lieu à celle de la stéréométrie, ensuite à celle de l'astronomie qu'il dit être l'étude du solide en mouvement, enfin il exhorte à apprendre en cinquième lieu la musique. Après avoir montré l'utilité des mathématiques, il dit : « Vous êtes amusant, « vous qui semblez craindre que je vous impose des études inu« tiles. Ce n'est pas seulement, du reste, à des esprits médio« cres, c'est à tous les hommes qu'il est difficile de se persuader « que c'est par ces études, comme avec des instruments, que « l'on purifie l'œil de l'âme et qu'on fait briller d'un nouveau « feu cet organe qui était obscurci et comme éteint par les « ténèbres des autres sciences, organe dont la conservation « est plus précieuse que celle de dix mille yeux, puisque c'est « par celui-là seul que nous contemplons la vérité * ».

Dans le septième livre de la *République*, parlant de l'arithmétique, il dit que c'est de toutes les connaissances la plus nécessaire, puisque c'est celle dont ont besoin tous les arts, toutes les conceptions de notre esprit, toutes les sciences et l'art militaire lui-même. « Palamède, dit-il, représente sou« vent, dans les tragédies, Agamemnon comme un plaisant « général; il se vante d'avoir inventé les nombres et d'avoir « mis de l'ordre dans le camp et dans la flotte des Grecs « devant Ilion et dans tout le reste, tandis qu'auparavant on « n'avait fait aucun dénombrement et qu'Agamemnon lui« même semblait ne pas savoir combien il avait de pieds, car « il ignorait complètement l'art de compter. L'arithmétique « semble donc par sa nature appartenir à tout ce qui élève « l'âme à la pure intelligence et l'amène à la contemplation

14 *République* VII, p. 527 D, le texte de cette citation et des suivantes diffère sensiblement de celui de Platon. Plutarque semble avoir imité en partie le passage quand il dit : « Accoutumée, par les fortes atteintes de la souffrance et du plaisir, à prendre pour un être réel la substance incertaine et changeante des corps, l'intelligence devient aveugle à l'égard de l'être véritable : elle perd l'organe qui à lui seul vaut dix mille yeux, je veux dire la vue de la lumière de l'âme par laquelle seule peut se voir la divinité » *Symposiaques*, VIII, quest. II, I, p. 718 E.

ὅσα μὲν γὰρ ἁπλῶς κινεῖ τὴν αἴσθησιν, οὐκ ἔστιν ἐπεγερτικὰ καὶ παρακλητικὰ νοήσεως, οἷον ὅτι ὁ ὁρώμενος δάκτυλός ἐστι, καὶ ὅτι παχὺς ἢ λεπτὸς ἢ μέγας ἢ μικρός. ὅσα δ' ἐναντίως κινεῖ αἴσθησιν, ἐπεγερτικὰ καὶ παρακλητικὰ ἐστι διανοίας, οἷον ὅταν τὸ αὐτὸ φαίνηται μέγα καὶ μικρόν, κοῦφον καὶ βαρύ, ἓν καὶ πολλά. καὶ τὸ ἓν οὖν καὶ ὁ ἀριθμὸς παρακλητικὰ καὶ ἐπεγερτικά ἐστι διανοίας, ἐπεὶ τὸ ἕν ποτε πολλὰ φαίνεται· λογιστικὴ δὲ καὶ ἀριθμητικὴ ὁλκὸς καὶ ἀγωγὸς πρὸς ἀλήθειαν. ἁπτέον δὲ λογιστικῆς μὴ ἰδιωτικῶς, ἀλλ' ὡς ἂν ἐπὶ θέαν τῆς τῶν ἀριθμῶν φύσεως ἀφίκωνται τῇ νοήσει, οὐδὲ πράσεως χάριν ἐμπόρων ἢ καπήλων μελετῶντας, ἀλλ' ἕνεκα ψυχῆς τῆς ἐπ' ἀλήθειαν καὶ οὐσίαν ὁδοῦ. τοῦτο γὰρ ἄνω ἄγει τὴν ψυχὴν καὶ περὶ αὐτῶν τῶν ἀριθμῶν ἀναγκάζει διαλέγεσθαι, οὐκ ἀποδεχόμενον, ἄν τις αὐτῷ σώματα ἢ αὖ τὰ ὁρατὰ ἔχοντα ἀριθμοὺς προσφερόμενος διαλέγηται.

καὶ πάλιν ἐν τῷ αὐτῷ φησιν· ἔτι οἱ λογιστικοὶ εἰς ἅπαντα τὰ μαθήματα ὀξεῖς φύονται, οἵ τε βραδεῖς εἰς τὸ ὀξύτεροι αὐτοὶ αὑτῶν γενέσθαι. ἔτι ἐν τῷ αὐτῷ φησι· καὶ ἐν πολέμῳ δ' αὖ χρήσιμον πρὸς τὰς στρατοπεδεύσεις καὶ καταλήψεις χωρίων καὶ ξυναγωγὰς καὶ ἐκτάσεις στρατιᾶς. ἔν τε τοῖς ἑξῆς ἐπαινῶν τὴν περὶ τὰ τοιαῦτα μαθήματα σπουδήν, γεωμετρία μέν, φησίν, ἐστὶ περὶ τὴν τοῦ ἐπιπέδου θεωρίαν, ἀστρονομία δὲ περὶ τὴν τοῦ στερεοῦ φοράν·

20 ἐκτάσεις cf. Platon, *Rp.* VII, p. 526 D; il y a dans Théon ἐξετάσεις, nous remplaçons la leçon de Théon ἐξετάσις (examen, revue) par le mot de Platon ἐκτάσις (développement) qui est opposé à ξυναγωγή (concentration).

« de l'être ; mais personne n'en fait usage comme il faut * ». Les choses qui ne font qu'une seule impression sur nos sens n'invitent point l'entendement à la réflexion : telle est la vue d'un doigt gros ou mince, long ou court, mais celles qui font naître deux sensations opposées ont le pouvoir de réveiller et d'exciter notre entendement, comme lorsque le même objet nous paraît grand ou petit, léger ou lourd, un ou multiple. C'est donc l'unité et le nombre qui ont la vertu de réveiller et d'exciter notre intelligence, puisque ce qui est *un* nous paraît quelquefois multiple. La science du calcul et l'arithmétique nous conduisent donc à la connaissance de la vérité *. « L'art du calcul ne doit donc pas être traité à la manière du « vulgaire, mais de façon à conduire les hommes à la con- « templation de l'essence des nombres, non en vue du com- « merce, comme font les marchands et les courtiers, mais « pour le bien de l'âme, en lui facilitant les moyens de s'éle- « ver de l'ordre des choses qui passent, vers la vérité et l'être. « C'est, en effet, cette étude qui, donnant à notre âme un puis- « sant élan vers la région supérieure, l'oblige à raisonner sur « les nombres tels qu'ils sont en eux-mêmes, sans jamais « souffrir que la discussion porte sur des unités visibles et « tangibles * ». Il dit encore dans le même livre : « Ceux qui « savent calculer s'appliquent avec succès à toutes les scien- « ces, et ceux mêmes qui ont l'esprit plus lent, deviennent « par là plus intelligents * ». Dans le même livre il assure encore que, dans la guerre même, l'art de calculer est très utile « pour les campements, pour la prise de possession des « places, pour la concentration et le développement des « troupes * ». Plus loin, faisant l'éloge des mêmes sciences, il dit que la géométrie s'occupe des surfaces, mais « que

1 *Rp.* VII, pp. 522 D-523 D, ce sont les poètes qui ont prêté ce langage à Palamède dans plusieurs tragédies où ils lui faisaient jouer un rôle. — 11 Cf. *Rp.* VII, p. 525 B. *Philèbe*, pp. 14 et suiv. *Gorgias*, pp. 450 D-451 C, voyez la distinction que Platon établit entre la science du calcul, λογιστική, et la science des nombres, ἀριθμητική. — 22 Cf. *Rp.* VII, p. 525 CD. — 25 *Rp.* VII, p. 526 B. — 29 *Rp.* VII, p. 526 D.

αὕτη δ' ἀναγκάζει εἰς τὸ ἄνω ὁρᾶν καὶ ἀπὸ τῶν ἐνθένδε ἐκεῖσε ἄγει. καὶ μὲν δὴ περὶ μουσικῆς ἐν τῷ αὐτῷ φησιν, ὅτι δυεῖν δεῖται ἡ τῶν ὄντων θεωρία, ἀστρονομίας καὶ ἁρμονίας · καὶ αὗται ἀδελφαὶ αἱ ἐπιστῆμαι, ὡς οἱ Πυθαγορικοί.

οἱ μὲν οὖν τὰς ἀκουομένας συμφωνίας αὖ καὶ φθόγγους ἀλλήλοις ἀναμετροῦντες ἀνήνυτα πονοῦσι τελείως παραβάλλοντες τὰ ὦτα, οἷον ἐκ γειτόνων φωνὴν θηρώμενοι, οἱ μέν φασιν ἀκούειν ἐν μέσῳ τινὰ ἦχον καὶ μικρότατον εἶναι διάστημα τοῦτο, ᾧ μετρητέον, οἱ δὲ ἀμφισβητοῦσιν ὡς ὅμοιον ἤδη φθεγγομένου, τὰ ὦτα τοῦ νοῦ προστησάμενοι. ταῖς χορδαῖς πράγματα παρέχουσιν ἐπὶ τῶν κολλάβων στρεβλοῦντες. οἱ δὲ ἀγαθοὶ ἀριθμητικοὶ ζητοῦσιν ἐπισκοποῦντες, τίνες σύμφωνοι ἀριθμοὶ [ἀριθμοῖς] καὶ τίνες οὔ. καὶ τοῦτο χρήσιμον πρὸς τὴν τοῦ ἀγαθοῦ καὶ καλοῦ ζήτησιν, ἄλλως δὲ ἄχρηστον. καὶ τούτων πάντων ἡ μέθοδος ἂν μὲν ἐπὶ τὴν ἀλλήλων ἀφίκηται κοινωνίαν καὶ ξυλλογισθῇ ᾗ ἐστιν ἀλλήλοις οἰκεῖα, φέρει αὐτῶν ἡ πραγματεία καρπόν. οἱ δὲ ταῦτα δεινοὶ διαλεκτικοί · οὐ γὰρ μὴ δύνωνται λαβεῖν τε καὶ ἀποδέξασθαι λόγον. οὐχ οἷόν τε δὲ τοῦτο μὴ δι' ἐκείνων ἐλθόντα τῶν μαθημάτων · ὁδὸς γάρ ἐστι δι' αὐτῶν ἐπὶ τὴν τῶν ὄντων θέαν ἐν τῷ διαλέγεσθαι.

πάλιν τε ἐν τῷ Ἐπινομίῳ πολλὰ μὲν καὶ ἄλλα ὑπὲρ ἀριθμη-

« l'astronomie a pour objet le solide en mouvement, qu'en « conséquence elle oblige l'âme à regarder en haut et à « passer des choses de la terre à la contemplation de celles « du ciel * ». Dans le même écrit, il parle de la musique parce que, pour la contemplation de tout ce qui existe, il faut deux choses, « l'astronomie et l'harmonie qui, selon la doctrine des Pythagoriciens, sont deux sciences sœurs * ». Ceux-là donc font un travail inutile qui, cherchant à saisir les nuances diatoniques et à comparer les sons, se contentent de prêter attentivement l'oreille et de s'approcher le plus possible de l'instrument, comme s'ils voulaient surprendre la conversation du voisin *. Les uns disent qu'ils entendent un certain son particulier entre deux sons et que l'intervalle est le plus petit qui se puisse apprécier. Les autres doutent de l'existence de ce son. Préférant tous l'autorité de l'oreille à celle de l'esprit, ils cherchent la vérité en pinçant les cordes et en tournant les clefs de leurs instruments. Mais les arithméticiens habiles cherchent par la réflexion quels sont les nombres qui répondent aux consonnances et forment l'harmonie, et quels sont ceux qui répondent aux dissonances *. Cette étude conduit à la recherche du bien et du beau, toute autre est inutile. Toute méthode, si elle est générale et s'étend à toutes les propriétés communes des choses, en resserrant les liens de leurs affinités mutuelles, portera son fruit selon l'ardeur et le zèle avec lesquels on s'y sera appliqué. Il est impossible, en effet, que les dialecticiens qui y sont habiles ne sachent pas se rendre compte à eux-mêmes, et rendre compte aux autres, de la raison des choses *. C'est à quoi personne n'arrivera s'il ne prend ces sciences pour guide, car c'est en raisonnant d'après elles que nous arrivons à la contemplation des choses.

Dans l'*Épinomis*, Platon revient encore sur l'arithmétique

4 *Rp.* VII, p. 529 A. — 7 *Rp.* VII, p. 530 D. — 12 *Rp.* VII, p. 531 A ; voyez plus loin § II, p. 27. — 21 *Rp.* VII p. 531 C. — 28 *Rp.* VII, p. 531 D.

τικῆς διεξέρχεται, θεοῦ δῶρον αὐτὴν λέγων, καὶ οὐχ οἷόν τε ἄνευ ταύτης σπουδαῖον γενέσθαι τινά. ὑποβὰς δὲ ἄντικρύς φησιν· εἴπερ γὰρ ἀριθμὸν ἐκ τῆς ἀνθρωπίνης φύσεως ἐξέλοιμεν, οὐκ ἄν που ἔτι φρόνιμοι γενοίμεθα, οὐδ' ἂν ἔτι ποτὲ τούτου τοῦ ζῴου, φησίν, ἡ ψυχὴ πᾶσαν ἀρετὴν λάβοι· σχεδὸν ὁ τούτου λόγος εἴη. ζῷον δὲ ὅ τι μὴ γινώσκοι δύο καὶ τρία μηδὲ περιττὸν μηδὲ ἄρτιον, ἀγνοοῖ δὲ τὸ παράπαν ἀριθμόν, οὐκ ἄν ποτε διδόναι λόγον, περὶ ὧν αἰσθήσεις καὶ μνήμας μόνον εἴη κεκτημένος· στερόμενος δὲ ἀληθοῦς λόγου σοφὸς οὐκ ἄν ποτε γένοιτο. οὐ μὴν οὐδὲ τὰ τῶν ἄλλων τεχνῶν λεγόμενα, ἃ νῦν διήλθομεν, οὐδέποτε τούτων οὐδὲν μένει, πάντα δὲ ἀπολεῖται τὸ παράπαν, ὅταν ἀριθμητικῆς τις ἀμελῇ. δόξειε δ' ἂν ἴσως τισὶ βραχέως ἀριθμοῦ δεῖσθαι τὸ τῶν ἀνθρώπων γένος, ὡς εἰς τὰς τέχνας ἀποβλέψασι· καίτοι μέγα μὲν καὶ τοῦτο. εἰ δέ τις ἴδοι τὸ θεῖον τῆς γενέσεως καὶ τὸ θνητόν, ἐν ᾧ καὶ τὸ θεοσεβὲς γνωρισθήσεται καὶ ὁ ἀριθμὸς ὄντως, οὐκ ἂν ἔτι πᾶς μάντις γνοίη σύμπαντα ἀριθμόν, ὅσης ἡμῖν δυνάμεως αἴτιος ἂν εἴη συγγινόμενος, ἐπεὶ καὶ μουσικὴν πᾶσαν δι' ἀριθμοῦ μετὰ κινήσεώς τε καὶ φθόγγων δῆλον ὅτι δεῖ. καὶ τὸ μέγιστον, ἀγαθὸν ὡς πάντων αἴτιον· ὅτι δὲ κακῶν οὐδενός ἐστι, τοῦτο γνωστέον. σχεδὸν δὲ ἀλόγιστος, ἄτακτος, ἀσχήμων τε καὶ ἄρρυθμος ἀνάρμοστός τε σφόδρα καὶ πάνθ' ὅσα κακοῦ κεκοινώνηκέ τινος, ὅστις λέλειπται παντὸς ἀριθμοῦ.

ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς φησιν· ἔστιν ἔχον μηδεὶς ἡμᾶς ποτε πειθέτω τῆς εὐσεβείας εἶναι τῷ θνητῷ γένει. ἐκ γὰρ τούτου φύεσθαι [καὶ τὰς ἄλλας ἀρετὰς τῷ μαθόντι κατὰ τρόπον.

18 δι' ἀριθμοῦ μετὰ] διαριθμουμένων, *Epinomis*, p. 978 A.

qu'il appelle « un don de Dieu[*] » et il dit que personne ne saurait devenir vertueux sans elle. Passant ensuite à la description du contraire, il dit[*] : « Si on ôtait le nombre à l'humanité, on lui rendrait impossible toute prudence : l'âme « de l'animal destitué de raison serait incapable d'aucune « vertu ; elle n'aurait même plus son essence. Certes l'animal « qui ne sait distinguer ni deux ni trois, qui ne connaît ni le « pair ni l'impair, enfin qui ne sait rien du nombre, ne sera « jamais en état de rendre raison d'aucune chose, ne la connaissant que par les sens et la mémoire. Privé de la vraie « raison, il ne deviendra jamais sage[*]. Passons en revue tout « ce qui a rapport aux autres arts, nous verrons qu'il n'en « est aucun qui puisse subsister, aucun qui ne périsse, si on « ôte la science du nombre. A ne considérer que les arts, on « pourrait croire avec quelque raison que cette science n'est « nécessaire au genre humain que pour des objets de peu « d'importance ; ce serait déjà beaucoup. Mais celui qui considérera ce qu'il y a de divin dans l'origine de l'homme et « ce qu'il y a de mortel en lui, quel besoin de piété il a envers « les dieux, celui-là reconnaîtra en lui le nombre, et nul, fût-« il un prophète, ne saura ni ne comprendra jamais de combien de facultés et de force le nombre est pour nous la « source. Il est évident, par exemple, que la musique ne peut « se passer de mouvements et de sons mesurés par les nombres, et il n'est pas moins évident que le nombre, comme « source de tous les biens, ne saurait être la cause d'aucun « mal. » Au contraire, celui à qui tout nombre échappe manque en quelque sorte de raison ; il est sans ordre, sans beauté, sans grâce et enfin privé de toutes les perfections. Plus loin, il continue ainsi : « Personne ne nous persuadera « jamais qu'il y ait pour le genre humain une vertu plus « grande et plus auguste que la piété[*] », car c'est par elle que

1 « Je crois, dit-il, qu'un dieu plutôt que le hasard nous a fait don de cette science pour notre conservation. » *Épinomis,* p. 976 E. — 3 *Épinomis,* p. 977 C. — 11 *Épinomis,* p. 977 D. — 32 *Épinomis,* 989 B.

ἔπειτα παραδείκνυσι θεοσέβειαν ὅτῳ τρόπῳ τις μαθήσεται. λέγει δὲ δεῖν μαθεῖν πρῶτον ἀστρονομίαν. εἰ γὰρ τὸ καταψεύδεσθαι καὶ ἀνθρώπων δεινόν, πολὺ δεινότερον θεῶν · καταψεύδοιτο δ' ἂν ὁ ψευδεῖς ἔχων δόξας περὶ θεῶν · ψευδεῖς δ' ἂν δόξας ἔχοι περὶ θεῶν ὁ μηδὲ τὴν τῶν αἰσθητῶν θεῶν φύσιν ἐπεσκεμμένος, τουτέστιν ἀστρονομίαν. ἀγνοεῖσθαι δέ φησι τοῖς πολλοῖς, ὅτι σοφώτατον ἀνάγκη τὸν ἀληθῶς ἀστρονόμον εἶναι, μὴ τὸν καθ' Ἡσίοδον ἀστρονομοῦντα, οἷον δυσμάς τε καὶ ἀνατολὰς ἐπεσκεμμένον, ἀλλὰ τὰς περιόδους τῶν ἑπτά, ὃ μὴ ῥᾳδίως ποτε πᾶσα φύσις ἱκανὴ γένοιτο θεωρῆσαι. τὸν δ' ἐπὶ ταῦτα παρασκευάζοντα φύσεις οἵας δυνατὸν πολλὰς προδιδάσκειν χρεία ἐστὶν ἐθίζοντα παῖδα ὄντα καὶ νεανίσκον διὰ μαθημάτων · ὧν τὸ μέγιστον εἶναι ἀριθμῶν ἐπιστήμονα αὐτῶν, ἀλλ' οὐ σώματα ἐχόντων, καὶ αὐτῆς τῆς τοῦ περιττοῦ τε καὶ ἀρτίου γενέσεώς τε καὶ δυνάμεως, ὅσον παρέχεται πρὸς τὴν τῶν ὄντων φύσιν. τούτοις δὲ ἐφεξῆς μαθήματα μὲν καλοῦσι, φησί, σφόδρα γελοῖον ὄνομα γεωμετρίαν · ἔστι δὲ τῶν οὐκ ὄντων ὁμοίων ἀλλήλοις φύσει ἀριθμῶν ὁμοίωσις πρὸς τὴν τῶν ἐπιπέδων μοῖραν · λέγει δέ τινα καὶ ἑτέραν ἐμπειρίαν καὶ τέχνην, ἣν δὴ στερεομετρίαν καλεῖ, εἴ τις, φησί, τοὺς τρεῖς ἀριθμοὺς ἐξ ὧν τὰ ἐπίπεδα εἶναι αὐξηθέντας ὁμοίους καὶ ἀνομοίους ὄντας, ὡς προεῖπον, στερεὰ ποιεῖ σώματα · τοῦτο δὲ θεῖόν τε καὶ θαυμαστόν ἐστι.

καὶ ἐν Νόμοις δὲ περὶ συμφωνίας τῆς κατὰ μουσικήν φησι ·

23 ἐν Νόμοις] il y a dans Théon ἐν Πολιτείᾳ, l'auteur qui cite de mémoire, s'est trompé de dialogue, cf. *Lois*, III, p. 689 D.

celui qui a pris soin de s'instruire acquiert les autres vertus. Il montre ensuite comment on inspire la piété envers les dieux ; puis il dit que c'est par l'astronomie qu'il faut commencer, car, s'il est honteux de commettre le mensonge à l'égard des hommes, il l'est bien plus de le commettre à l'égard des dieux. Or, celui-là est menteur qui se fait des dieux une fausse opinion, l'exprime et n'a pas même étudié la nature des dieux sensibles, c'est-à-dire l'astronomie. « Igno-« rez-vous, dit-il, que celui-là est nécessairement très sage « qui est véritablement astronome, non pas astronome à la « manière d'Hésiode, s'occupant à observer le lever et le cou-« cher des astres, mais celui qui scrute les révolutions des sept « planètes, de la connaissance desquelles tout le génie de « l'homme est à peine capable * ». Or celui qui se propose de préparer les esprits des hommes à ces études, lesquelles supposent beaucoup de connaissances préliminaires, doit s'être rendu les sciences mathématiques familières dès son enfance et pendant toute sa jeunesse, et, parmi ces sciences, la meilleure, la principale, est la science des nombres abstraits et séparés de toute matière, celle aussi de la génération et de la vertu du pair et de l'impair, en tant qu'elle contribue à faire connaître la nature des choses *. Après cette science, il en est une, dit-il, à laquelle on a donné le nom parfaitement ridicule de géométrie, car elle comprend une assimilation de nombres qui ne sont pas semblables entre eux par nature, assimilation que met en évidence la condition des surfaces. Il fait ensuite mention d'une autre science qu'il appelle stéréométrie : si quelqu'un, dit-il, multipliant trois nombres, rend le produit semblable (à un autre) de dissemblable qu'il était, il fera une œuvre vraiment divine et merveilleuse *.

Dans les *Lois*, parlant de l'harmonie musicale, il dit que

14 *Épinomis*, p. 990 A. — 22 *id.*, p. 990 C. — 30 Platon fait sans doute allusion à ce problème « construire un parallélipipède rectangle semblable à un parallélipipède rectangle donné et qui soit à ce solide dans un rapport donné » problème dont celui de la duplication du cube n'est qu'un cas particulier.

καλλίστη καὶ μεγίστη τῶν περὶ πόλεων συμφωνιῶν ἐστιν ἡ σωφία, ἧς ὁ μὲν κατὰ λόγον ζῶν μέτοχος, ὁ δὲ ἀπολειπόμενος οἰκοφθόρος καὶ περὶ πόλιν οὐδαμῇ σωτήριος, ἅτε τὰ μέγιστα ἀμαθαίνων.

καὶ ἐν τῷ τρίτῳ δὲ τῆς Πολιτείας, διδάσκων ὅτι μόνος μουσικὸς ὁ φιλόσοφος, φησίν · ἆρ' οὖν πρὸς θεῶν οὕτως οὐδὲ μουσικοὶ πρότερον ἐσόμεθα, οὔτε αὐτοὶ οὔτε οὓς φαμεν ἡμεῖς παιδευτέον εἶναι τοὺς φύλακας, πρὶν ἂν ἅπαντα τὰ τῆς σωφροσύνης εἴδη καὶ ἀνδρείας καὶ μεγαλειότητος καὶ μεγαλοπρεπείας καὶ ὅσα τούτων ἀδελφὰ καὶ τὰ τούτων ὑπεναντία πανταχῇ περιφερόμενα χωρίζωμεν καὶ ἐνόντα ἐν οἷς ἔστιν αἰσθανώμεθα καὶ αὐτὰ καὶ εἰκόνας αὐτῶν καὶ μήτε ἐν μικροῖς μήτε ἐν μεγάλοις ἀτιμάζωμεν, ἀλλὰ τῆς αὐτῆς οἰώμεθα τέχνης εἶναι καὶ μελέτης; διὰ γὰρ τούτων καὶ τῶν πρὸ αὐτῶν τί τε ὄφελος ἐκ μουσικῆς δηλοῖ, καὶ ὅτι μόνος ὄντως μουσικὸς ὁ φιλόσοφος, ἄμουσος δὲ ὁ κακός. τῇ μὲν γὰρ εὐηθείᾳ ὄντως, ἥτις ἐστὶν ἀρετὴ τὸ εὖ τὰ ἤθη κατεσκευασμένα ἔχειν, ἕπεσθαί φησιν εὐλογίαν, τουτέστι τὸ εὖ λόγῳ χρῆσθαι, τῇ δὲ εὐλογίᾳ τὴν εὐσχημοσύνην καὶ εὐρυθμίαν καὶ εὐαρμοστίαν · εὐσχημοσύνην γὰρ περὶ μέλος, εὐαρμοστίαν δὲ περὶ ἁρμονίαν, εὐρυθμίαν δὲ περὶ ῥυθμόν ·

τῇ δὲ κακοηθείᾳ τουτέστι τῷ κακῷ ἤθει, φησὶν ἕπεσθαι κακολογίαν, τουτέστι κακοῦ λόγου χρῆσιν, τῇ δὲ κακολογίᾳ ἀσχημοσύνην καὶ ἀρρυθμίαν καὶ ἀναρμοστίαν περὶ πάντα τὰ γενόμενα καὶ μιμούμενα · ὥστε μόνος ἂν εἴη μουσικὸς ὁ κυρίως εὐήθης, ὅστις εἴη ἂν ὁ φιλόσοφος. δηλοῖ δὲ καὶ τὰ εἰρημένα.

10 χωρίζωμεν] γνωρίζωμεν, leçon de Platon, semble préférable. — 24 καὶ τὰ εἰρημένα] κατὰ τὰ εἰρημένα.

« la plus grande et la plus belle harmonie politique est la sagesse. On ne la possède qu'autant qu'on vit selon la droite raison; quant à celui à qui elle fait défaut, il est le corrupteur de sa propre maison, c'est un citoyen inutile au salut et à la prospérité de l'État, puisqu'il vit dans une extrême ignorance * ».

Et dans le troisième livre de la *République,* voulant prouver que le philosophe est seul musicien, il dit : « Par les dieux « immortels, nous ne serons jamais musiciens, ni nous ni « ceux dont nous devons faire l'éducation comme gardiens, « tant que nous ne connaîtrons pas toutes les formes de la « tempérance, du courage, de la générosité et de la grandeur « et tant que nous n'aurons pas compris tout ce qui, dans le « monde, est conforme ou contraire à ces vertus, tant que « nous ne saurons pas les reconnaître et en reconnaître les « images dans ceux qui les possèdent, sans en négliger une « seule, grande ou petite, les regardant comme faisant partie « du même art et de la même étude * ». Par ces paroles et par celles qui précèdent, il prouve l'utilité de la musique, et il montre que le seul philosophe est réellement musicien, tandis que celui qui est vicieux et méchant est étranger aux Muses. Car, dit-il, la vraie et sincère probité des mœurs, cette vertu qui consiste dans le bon et honnête règlement de notre vie, suit la droite raison, c'est-à-dire l'usage conforme à la raison. Il ajoute que les compagnons de la droite raison sont la décence, la cadence et l'accord, la décence dans le chant, l'accord dans l'harmonie, la cadence dans le rythme. Par contre, l'improbité ou la corruption des mœurs est essentiellement liée à la perversion de la raison, c'est-à-dire à l'usage corrompu de la raison, et ses compagnons sont l'indécence, la confusion et le désaccord dans tout ce qu'on fait, de soi-même ou par imitation, de sorte que celui-là seul est musicien qui a de bonnes mœurs et, comme on le voit par ce qui précède, il est aussi le

6 *Lois,* III, p. 689 D. — 18 *République,* III, p. 402 B.

ἐπεὶ γὰρ ἡ μουσικὴ τὸ εὔρυθμον καὶ εὐάρμοστον καὶ εὔσχημον ἐμποιεῖ τῇ ψυχῇ ἐκ νέου εἰσδυομένη διὰ τὸ τῇ ὠφελείᾳ μεμιγμένην ἔχειν ἀβλαβῆ ἡδονήν, ἀδύνατόν φησι τέλεον μουσικὸν γενέσθαι μὴ εἰδότα τὸ ἐν παντὶ εὔσχημον καὶ τὰ τῆς εὐσχημοσύνης καὶ ἐλευθεριότητος καὶ σωφροσύνης εἴδη μὴ γνωρίζοντα, τουτέστι τὰς ἰδέας. ἀμέλει ἐπιφέρει · ἐν παντὶ περιφερόμενα — τουτέστι τὰ εἴδη — καὶ μὴ ἀτιμάζων αὐτὰ μήτ' ἐν σμικροῖς μήτ' ἐν μεγάλοις. ἡ δὲ τῶν ἰδεῶν γνῶσις περὶ τὸν φιλόσοφον · οὐδὲ γὰρ εἰδείη τις ἂν τὸ κόσμιον καὶ σῶφρον καὶ εὔσχημον αὐτὸς ὢν ἀσχήμων καὶ ἀκόλαστος · τὸ δ' ἐν βίῳ εὔσχημον καὶ εὔρυθμον καὶ εὐάρμοστον εἰκόνες τῆς ὄντως εὐσχημοσύνης καὶ εὐαρμοστίας καὶ εὐρυθμίας, τουτέστι τῶν νοητῶν καὶ ἰδεῶν εἰκόνες τὰ αἰσθητά.

καὶ οἱ Πυθαγορικοὶ δέ, οἷς πολλαχῇ ἕπεται Πλάτων, τὴν μουσικήν φασιν ἐναντίων συναρμογὴν καὶ τῶν πολλῶν ἕνωσιν καὶ τῶν δίχα φρονούντων συμφρόνησιν · οὐ γὰρ ῥυθμῶν μόνον καὶ μέλους συντακτικήν, ἀλλ' ἁπλῶς παντὸς συστήματος · τέλος γὰρ αὐτῆς τὸ ἑνοῦν τε καὶ συναρμόζειν. καὶ γὰρ ὁ θεὸς συναρμοστὴς τῶν διαφωνούντων, καὶ τοῦτο μέγιστον ἔργον θεοῦ κατὰ μουσικήν τε καὶ κατὰ ἰατρικὴν τὰ ἐχθρὰ φίλα ποιεῖν. ἐν μουσικῇ, φασίν ἡ ὁμόνοια τῶν πραγμάτων, ἔτι καὶ ἀριστοκρατία τοῦ παντός · καὶ γὰρ αὕτη ἐν κόσμῳ μὲν ἁρμονία, ἐν πόλει δ' εὐνομία, ἐν οἴκοις δὲ σωφροσύνη γίνεσθαι πέφυκε · συστατικὴ γάρ ἐστι καὶ ἑνωτικὴ τῶν πολλῶν · ἡ δὲ ἐνέργεια καὶ ἡ χρῆσις, φησί, τῆς ἐπιστήμης ταύτης ἐπὶ τεσσάρων γίνεται τῶν ἀνθρωπίνων, ψυχῆς, σώματος, οἴκου, πόλεως · προσδεῖται γὰρ ταῦτα τὰ τέσσαρα συναρμογῆς καὶ συντάξεως.

16 δίχα φρονούντων] διχοφρονούντων conj. Ast, *Animadversiones in Nicomachi Arithmeticam*, II, xix, 1. — 21 φασίν] πάλιν conj. Hultsch.

vrai philosophe, si toutefois, dès les premières années de son adolescence, quand on lui eut appris la musique, il prit des habitudes de décence et d'ordre, car la musique joint un plaisir innocent à l'utilité. Il est impossible, dit Platon, que celui-là devienne musicien parfait, qui n'a pas en tout des habitudes de bonne éducation, qui n'a pas les idées de décence, de noblesse d'âme et de tempérance. Il doit reconnaître que ces idées se retrouvent partout et ne les mépriser ni dans les petites choses ni dans les grandes. Car c'est au philosophe qu'il appartient de connaître les idées, et personne ne connaîtra la modestie, la tempérance et la décence, s'il est lui-même immodeste et intempérant. Mais les choses qui font l'ornement de la vie humaine, le beau, l'harmonieux, l'honnête, tout cela est l'image de cette beauté, de cet accord, de ce bel ordre éternel et qui a une existence véritable, c'est-à-dire que ces choses sensibles sont les caractères et l'expression des choses intelligibles ou des idées.

Les Pythagoriciens dont Platon adopte souvent les sentiments, définissent aussi la musique une union parfaite de choses contraires, l'unité dans la multiplicité, enfin l'accord dans la discordance. Car la musique ne coordonne pas seulement le rythme et la modulation, elle met l'ordre dans tout le système ; sa fin est d'unir et de coordonner, et Dieu aussi est l'ordonnateur des choses discordantes, et sa plus grande œuvre est de concilier entre elles, par les lois de la musique et de la médecine, les choses qui sont ennemies les unes des autres. C'est aussi par la musique que l'harmonie des choses et le gouvernement de l'univers se maintiennent; car ce que l'harmonie est dans le monde, la bonne législation l'est dans l'État, et la tempérance l'est dans la famille. Elle a, en effet, la puissance de mettre l'ordre et l'union dans la multitude. Or, l'efficacité et l'usage de cette science, dit Platon, se voient dans quatre des choses qui appartiennent à l'humanité : l'esprit, le corps, la famille et l'État. En effet, ces quatre choses ont besoin d'être bien ordonnées et constituées.

ἐν δὲ τῇ Πολιτείᾳ Πλάτων ὑπὲρ τῶν μαθημάτων καὶ τάδε ἔφη · ἀγαθὸς δὲ ἀνὴρ ὅστις διασώζει τὴν ὀρθὴν δόξαν τῶν ἐκ παιδείας αὐτῷ ἐγγενομένων ἔν τε λύπαις καὶ ἡδοναῖς καὶ ἐπιθυμίαις καὶ φόβοις καὶ μὴ ἐκβάλλει. ᾧ δέ μοι δοκεῖ ὅμοιον εἶναι, θέλω ἀπεικάσαι. οἱ νῦν βαφεῖς, ἐπειδὰν βουληθῶσι βάψαι ἔρια ὥστ' εἶναι ἁλουργά, πρῶτον μὲν ἐκλέγονται ἐκ τοσούτων χρωμάτων μίαν φύσιν τὴν τῶν λευκῶν, ἔπειτα προκατασκευάζουσιν οὐκ ὀλίγῃ παρασκευῇ θεραπεύσαντες, ὅπως δέξηται ὅ τι μάλιστα τὸ ἄνθος, καὶ οὕτως βάπτουσι · καὶ ὃ μὲν ἂν τούτῳ τῷ τρόπῳ βαφῇ, ὁμοῦ τι τὸ βαφὲν καὶ ἡ φύσις, καὶ οὔτε ἄνευ ῥυμμάτων οὔτε μετὰ ῥυμμάτων δύναται αὐτῶν τὸ ἄνθος ἀφαιρεῖσθαι · ἃ δ' ἂν μή, οἶσθα οἷα δὴ γίνεται, ἂν μὴ προθεραπεύσας βάπτῃ, ἔκπλυτα καὶ ἐξίτηλα καὶ οὐ δευσοποιά.

τοιοῦτο δὲ κατὰ δύναμιν ἐργάζεσθαι ἡγεῖσθαι χρὴ καὶ ἡμᾶς · παιδεύομεν γὰρ τοὺς παῖδας ἐν μουσικῇ τε καὶ γυμναστικῇ καὶ γράμμασι καὶ γεωμετρίᾳ καὶ ἐν ἀριθμητικῇ, οὐδὲν ἄλλο μηχανώμενοι, ἢ ὅπως ἡμεῖς προεκκαθάραντες καὶ προθεραπεύσαντες ὥσπερ τισὶ στυπτικοῖς τοῖς μαθήμασι τούτοις, τοὺς περὶ ἁπάσης ἀρετῆς ἣν ἂν ἐκμανθάνωσιν ὕστερον λόγους ἐνδείξοιντο ὥσπερ βαφήν, ἵνα δευσοποιὸς αὐτῶν ἡ δόξα γίνοιτο, διὰ τὸ τὴν φύσιν καὶ τροφὴν ἐπιτηδείαν ἐσχηκέναι, καὶ μὴ ἐκπλύνῃ αὐτῶν τὴν βαφὴν τὰ ῥύμματα ταῦτα, δεινὰ ὄντα ἐκκλύζειν, ἥ τε ἡδονή, παντὸς στρεβλοῦ δεινοτέρα οὖσα καὶ κοινωνίας, λύπη τε καὶ φόβος καὶ ἐπιθυμία, παντὸς ἄλλου ῥύμματος.

καὶ γὰρ αὖ τὴν φιλοσοφίαν μύησιν φαίη τις ἂν ἀληθοῦς τελετῆς καὶ τῶν ὄντων ὡς ἀληθῶς μυστηρίων παράδοσιν. μυήσεως δὲ μέρη πέντε. τὸ μὲν προηγούμενον καθαρμός · οὔτε γὰρ ἅπασι τοῖς βουλομένοις μετουσία μυστηρίων ἐστίν, ἀλλ' εἰσὶν

cf Angus – Mystery Religions pp 76

10 καὶ ἡ φύσις] καὶ ἡ πλύσις *Rp.* IV, p. 429 E.

Voici encore ce que Platon dit des mathématiques dans les livres de la *République* : « L'homme de bien est celui qui, « éprouvé par la peine ou le plaisir, agité par le désir ou par « la crainte, conserve toujours, sans jamais les rejeter, les « idées droites qu'on lui a données en faisant son éducation. « Je vais vous dire à qui il me paraît semblable. Quand nos « teinturiers veulent teindre la laine en pourpre, ils com- « mencent par choisir, parmi les laines de diverses couleurs, « celle qui est blanche. Ils font ensuite leur préparation, et il « ne faut pas peu de soin pour que la laine prenne la fleur de « la couleur. C'est ainsi qu'ils opèrent, et grâce à cette mé- « thode, les couleurs s'incorporent à la laine et leur éclat ne « peut être enlevé ni à l'aide de lessive, ni autrement. Que « si, au contraire, le teinturier ne prend pas ces précautions, « on sait ce qui arrive, et comment les laines conservent peu « la couleur qui s'efface et disparaît. Il faut opérer de même « pour nos facultés * ». Nous apprenons aux enfants la musique, la gymnastique, les lettres, la géométrie et l'arithmétique, ne négligeant rien pour qu'ils reçoivent, comme une teinture, les raisons de toutes les vertus que nous leur enseignons ; après leur avoir administré préalablement des détersifs, et d'autres préparations, consistant dans ces sciences, qui sont comme autant de médicaments astringents, leurs sentiments resteront indélébiles, leur caractère aura été formé par l'éducation. Cette couleur et cette teinture que nous leur aurons données, ne pourront être effacées par aucune lessive, — je veux dire par la volupté plus dangereuse que toute perversité et que toute habitude, — ni par la douleur, ni par la crainte et la cupidité, plus corrosives que toutes les lessives.

Nous pouvons encore comparer la philosophie à l'initiation aux choses vraiment saintes et à la révélation des mystères qui ne sont pas des impostures *. Il y a cinq parties dans l'initiation : la première est la purification préalable, car on ne

17. *République*, IV, p. 429 D E. — 32. Cf. *Phédon*, p. 69 D.

οὓς αὐτῶν εἴργεσθαι προαγορεύεται, οἷον τοὺς χεῖρας μὴ καθαρὰς καὶ φωνὴν ἀξύνετον ἔχοντας, καὶ αὐτους δὲ τοὺς μὴ εἰργομένους ἀνάγκη καθαρμοῦ τινος πρότερον τυχεῖν. μετὰ δὲ τὴν κάθαρσιν δευτέρα ἐστὶν ἡ τῆς τελετῆς παράδοσις · τρίτη δὲ <ἡ> ἐπονομαζομένη ἐποπτεία · τετάρτη δέ, ὃ δὴ καὶ τέλος τῆς ἐποπτείας, ἀνάδεσις καὶ στεμμάτων ἐπίθεσις, ὥστε καὶ ἑτέροις, ἅς τις παρέλαβε τελετάς, παραδοῦναι δύνασθαι, δᾳδουχίας τυχόντα ἢ ἱεροφαντίας ἤ τινος ἄλλης ἱερωσύνης · πέμπτη δὲ ἡ ἐξ αὐτῶν περιγενομένη κατὰ τὸ θεοφιλὲς καὶ θεοῖς συνδίαιτον εὐδαιμονία.

κατὰ ταὐτὰ δὴ καὶ ἡ τῶν Πλατωνικῶν λόγων παράδοσις τὸ μὲν πρῶτον ἔχει καθαρμόν τινα, οἷον τὴν ἐν τοῖς προσήκουσι μαθήμασιν ἐκ παίδων συγγυμνασίαν. ὁ μὲν γὰρ Ἐμπεδοκλῆς κρηνάων ἀπὸ πέντ᾽ ἀνιμῶντά φησιν ἀτειρέι χαλκῷ δεῖν ἀπορρύπτεσθαι · ὁ δὲ Πλάτων ἀπὸ πέντε μαθημάτων δεῖν φησι ποιεῖσθαι τὴν κάθαρσιν · ταῦτα δ᾽ ἐστὶν ἀριθμητική, γεωμετρία, στερεομετρία, μουσική, ἀστρονομία. τῇ δὲ τελετῇ ἔοικεν ἡ τῶν κατὰ φιλοσοφίαν θεωρημάτων παράδοσις, τῶν τε λογικῶν καὶ πολιτικῶν καὶ φυσικῶν. ἐποπτείαν δὲ ὀνομάζει τὴν περὶ τὰ νοητὰ καὶ τὰ ὄντως ὄντα καὶ τὰ τῶν ἰδεῶν πραγματείαν. ἀνάδεσιν δὲ καὶ κατάστεψιν ἡγητέον τὸ ἐξ ὧν αὐτός τις κατέμαθεν οἷόν τε γενέσθαι καὶ ἑτέρους εἰς τὴν αὐτὴν θεωρίαν καταστῆσαι. πέμπτον δ᾽ ἂν εἴη καὶ τελεώτατον ἡ ἐκ τούτων περιγενομένη εὐδαιμονία καὶ κατ᾽ αὐτὸν τὸν Πλάτωνα ὁμοίωσις θεῷ κατὰ τὸ δυνατόν.

doit pas faire participer aux mystères indistinctement tous ceux qui le désirent, mais il y a des aspirants que la voix du héraut écarte, tels sont ceux qui ont les mains impures, ou dont la parole manque de prudence; et ceux-là mêmes qui ne sont pas repoussés doivent être soumis à certaines purifications. Après cette purification, vient la tradition des choses sacrées (qui est proprement l'initiation). Vient en troisième lieu la cérémonie qu'on appelle la pleine vision (degré supérieur de l'initiation). La quatrième, qui est la fin et le but de la pleine vision, est la ligature de la tête et l'imposition des couronnes, afin que celui qui a reçu les choses sacrées devienne capable d'en transmettre à son tour la tradition à d'autres, soit par la dadouchie (port des flambeaux), soit par l'hiérophantie (interprétation des choses sacrées), soit par quelque autre sacerdoce. Enfin la cinquième, qui est le couronnement de toutes celles qui précèdent, est d'être ami de Dieu et de jouir de la félicité qui consiste à vivre dans un commerce familier avec lui.

C'est absolument de la même manière que se fait la tradition des raisons platoniques. On commence, en effet, dès l'enfance par une certaine purification consistant dans l'étude de théories mathématiques convenables. Selon Empédocle * « il « faut que celui qui veut puiser dans l'onde pure des cinq fon- « taines commence par se purifier de ses souillures ». Et Platon dit aussi qu'il faut chercher la purification dans les cinq sciences mathématiques, qui sont l'arithmétique, la géométrie, la stéréométrie, la musique et l'astronomie. La tradition des principes philosophiques, logiques, politiques et naturels répond à l'initiation. Il appelle pleine vision * l'occupation de l'esprit aux choses intelligibles, aux existences vraies et aux idées. Enfin il dit que par la ligature et le couronnement de la tête, on doit entendre la faculté qui est donnée à l'adepte, par ceux qui l'ont enseigné, de conduire les autres à la même

22 Empédocle, vs. 452, édition Mullach. — 29 Cf. *Phèdre*, p. 250 C.

x Farnel, E. B, s.v. Mysteries 119d "of intelli[illegible] (i.e. an [illegible])" πολλὰ μὲν οὖν καὶ ἄλλα ἔχοι τις ἂν λέγειν παραδεικνὺς τὸ τῶν μαθημάτων χρήσιμον καὶ ἀναγκαῖον. τοῦ δὲ μὴ δοκεῖν ἀπειροκάλως διατρίβειν <ἐν> τῷ τῶν μαθημάτων ἐπαίνῳ τρεπτέον ἤδη πρὸς τὴν παράδοσιν τῶν ἀναγκαίων κατὰ τὰ μαθήματα θεωρημάτων, οὐχ ὅσα δύναιτο ἂν τὸν ἐντυγχάνοντα ἢ ἀριθμητικὸν τελέως ἢ γεωμέτρην ἢ μουσικὸν ἢ ἀστρονόμον ἀποφῆναι · οὐδὲ γάρ ἐστι τοῦτο προηγούμενον ἢ προκείμενον ἅπασι τοῖς Πλάτωνι ἐντυγχάνουσι · μόνα δὲ ταῦτα παραδώσομεν, ὅσα ἐξαρκεῖ πρὸς τὸ δυνηθῆναι συνεῖναι τῶν συγγραμμάτων αὐτοῦ. οὐδὲ γὰρ αὐτὸς ἀξιοῖ εἰς ἔσχατον γῆρας ἀφικέσθαι διαγράμματα γράφοντα καὶ μελῳδίαν, ἀλλὰ παιδικὰ οἴεται ταῦτα τὰ μαθήματα, προπαρασκευαστικὰ καὶ καθαρτικὰ ὄντα ψυχῆς εἰς τὸ ἐπιτήδειον αὐτὴν πρὸς φιλοσοφίαν γενέσθαι. μάλιστα μὲν οὖν χρὴ τὸν μέλλοντα οἷς τε ἡμεῖς παραδώσομεν οἷς τε Πλάτων συνέγραψεν ἐντεύξεσθαι διὰ γοῦν τῆς πρώτης γραμμικῆς στοιχειώσεως κεχωρηκέναι · ῥᾷον γὰρ ἂν ξυνέποιτο οἷς παραδώσομεν. ἔσται δ᾽ ὅμως τοιαῦτα καὶ τὰ παρ᾽ ἡμῶν, ὡς καὶ τῷ παντάπασιν ἀμυήτῳ τῶν μαθημάτων γνώριμα γενέσθαι.

Περὶ Ἀριθμητικῆς

<Περὶ τῆς ἐν τοῖς μαθήμασι φυσικῆς τάξεως>

β. πρῶτον δὲ μνημονεύσομεν τῶν ἀριθμητικῶν θεωρημάτων, οἷς συνέζευκται καὶ τὰ τῆς ἐν ἀριθμοῖς μουσικῆς · τῆς μὲν γὰρ ἐν ὀργάνοις οὐ παντάπασι προσδεόμεθα, καθὰ καὶ αὐτὸς ὁ Πλάτων ἀφηγεῖται λέγων ὡς οὐ χρὴ ὥσπερ ἐκ γειτόνων φωνὴν θηρευο-

24 ὥσπερ ἐκ γειτόνων φωνὴν θηρευομένους] il y a dans Platon καὶ παραβάλλοντες

contemplation. La cinquième est cette félicité consommée dont ils commencent à jouir et qui, selon Platon, « les assimile à Dieu, autant que cela est possible [3]».

Celui qui voudrait démontrer l'utilité et la nécessité des sciences mathématiques pourrait en dire beaucoup plus long. Mais de crainte que je ne paraisse m'arrêter plus que de raison à louer ces sciences, je vais commencer l'explication des théorèmes nécessaires, non pas de tous ceux qui seraient nécessaires aux lecteurs pour devenir de parfaits arithméticiens, géomètres, musiciens ou astronomes, car ce n'est pas le but que se proposent tous ceux qui veulent lire les écrits de Platon; mais j'expliquerai les théorèmes qui suffisent pour comprendre le sens de ses écrits. En effet, Platon lui-même ne veut pas que l'on continue jusque dans l'extrême vieillesse à tracer des figures géométriques ou à chanter des chansons, choses qui conviennent aux enfants et qui sont destinées à préparer et à purifier leur esprit, pour le rendre capable de comprendre la philosophie. Il suffit que celui qui veut aborder nos écrits, ou les livres de Platon, ait parcouru les premiers éléments de la géométrie, pour qu'il comprenne facilement nos explications. Toutefois ce que nous dirons sera tel, que nous pourrons être compris même de celui qui ignore complètement les mathématiques.

ARITHMETIQUE

De l'ordre dans lequel on doit étudier les mathématiques

II. Nous allons commencer par les théorèmes arithmétiques auxquels se rattachent de très près les théorèmes musicaux qui se traduisent par des nombres. Nous n'avons nul besoin de musique instrumentale, ainsi que l'explique Platon lui-même, lorsqu'il dit qu'il ne faut pas tourmenter les cordes

3. Cf. *Théétète,* p. 176 B.

μένους πράγματα παρέχειν ταῖς χορδαῖς · ὀρεγόμεθα δὲ τὴν ἐν κόσμῳ ἁρμονίαν καὶ τὴν ἐν τούτῳ μουσικὴν κατανοῆσαι · ταύτην δὲ οὐχ οἷόν τε κατιδεῖν μὴ τῆς ἐν ἀριθμοῖς πρότερον θεωρητικοὺς γενομένους · διὸ καὶ πέμπτην ὁ Πλάτων φησὶν εἶναι τὴν μουσικήν, τὴν ἐν κόσμῳ λέγων, ἥτις ἐστὶν ἐν τῇ κινήσει καὶ τάξει καὶ συμφωνίᾳ τῶν ἐν αὐτῷ κινουμένων ἄστρων. ἡμῖν δ' ἀναγκαῖον δευτέραν αὐτὴν τάττειν μετὰ ἀριθμητικὴν καὶ κατ' αὐτὸν τὸν Πλάτωνα, ἐπειδὴ οὐδ' ἡ ἐν κόσμῳ μουσικὴ ληπτὴ ἄνευ τῆς ἐξαριθμουμένης καὶ νοουμένης μουσικῆς. ὥστε εἰ μὲν συνέζευκται τῇ περὶ ψιλοὺς ἀριθμοὺς θεωρίᾳ ἡ ἐν ἀριθμοῖς μουσική, δευτέρα ἂν ταχθείη πρὸς τὴν τῆς ἡμετέρας θεωρίας εὐμάρειαν.

πρὸς δὲ τὴν φυσικὴν τάξιν πρώτη μὲν ἂν εἴη ἡ περὶ ἀριθμοὺς θεωρία, καλουμένη ἀριθμητική · δευτέρα δὲ ἡ περὶ τὰ ἐπίπεδα, καλουμένη γεωμετρία · τρίτη δὲ ἡ περὶ τὰ στερεά, ἥτις ἐστὶ στερεομετρία · τετάρτη <δὲ> ἡ περὶ τὰ κινούμενα στερεά, ἥτις ἐστὶν ἀστρονομία. ἡ δὲ τῆς τῶν κινήσεων καὶ διαστημάτων ποιὰ σχέσις ἐστὶ μουσική, ἥτις οὐχ οἵα τέ ἐστι ληφθῆναι μὴ πρότερον ἡμῶν αὐτὴν ἐν ἀριθμοῖς κατανοησάντων · διὸ πρὸς τὴν ἡμετέραν θεωρίαν μετ' ἀριθμητικὴν τετάχθω ἡ ἐν ἀριθμοῖς μουσική, ὡς δὲ πρὸς τὴν φύσιν πέμπτη <ἡ> τῆς τοῦ κόσμου ἁρμονίας θεωρητικὴ μουσική. κατὰ δὴ τοὺς Πυθαγορικοὺς πρεσβευτέα τὰ τῶν ἀριθμῶν ὡς ἀρχὴ καὶ πηγὴ καὶ ῥίζα τῶν πάντων.

τὰ ὦτα, οἷον ἐκ γειτόνων φωνὴν θηρευόμενοι, les mots « παραβάλλοντες τὰ ὦτα » (tendant l'oreille), nécessaires à l'intelligence de la phrase, sont omis dans la citation ; cf. *Rp.* VII, p. 531 A. Voy. aussi *suprà*, p. 10, l. 6.

des instruments, (l'oreille tendue) comme des curieux qui sont aux écoutes. Ce que nous désirons c'est de comprendre l'harmonie et la musique célestes; cette harmonie, nous ne pouvons l'examiner qu'après avoir étudié les lois numériques des sons. Quand Platon dit que la musique occupe le cinquième rang * (dans l'étude des mathématiques), il parle de la musique céleste, laquelle résulte du mouvement, de l'ordre et du concert des astres qui cheminent dans l'espace. Mais nous devons donner à la musique mathématique la seconde place (c'est-à-dire la mettre) après l'arithmétique, comme le veut Platon, puisqu'on ne peut rien comprendre à la musique céleste, si l'on ne connaît celle qui a son fondement dans les nombres et dans la raison. Puis donc que les principes numériques de la musique se rattachent à la théorie des nombres abstraits, nous leur donnerons le second rang pour la facilité de notre étude.

Selon l'ordre naturel, la première science serait celle des nombres, qu'on appelle arithmétique. La seconde serait celle qui a pour objet les surfaces, et qu'on appelle géométrie. La troisième est celle qui a pour objet les solides, et qu'on appelle stéréométrie. La quatrième traite des solides en mouvement, c'est l'astronomie. Quant à cette musique dont l'objet est de considérer les relations mutuelles des mouvements et des intervalles, quelles que soient ces relations, il n'est pas possible de la comprendre avant d'avoir saisi celle qui est basée sur les nombres. Ainsi, dans notre plan, les lois numériques de la musique viendront immédiatement après l'arithmétique; mais, d'après l'ordre naturel, la cinquième place doit être donnée à cette musique qui consiste dans l'étude de l'harmonie des mondes. Or, selon la doctrine des Pythagoriciens, les nombres sont pour ainsi dire le principe, la source et la racine de toutes choses.

6 Platon place la musique après l'astronomie (*Rp.* VII, p. 530 D.), après avoir assigné à l'astronomie le quatrième rang (*id.* p. 528 E).

Περὶ ἑνὸς καὶ μονάδος

γ. ἀριθμός ἐστι σύστημα μονάδων, ἢ προποδισμὸς πλήθους ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενος καὶ ἀναποδισμὸς εἰς μονάδα καταλήγων. μονὰς δέ ἐστι περαίνουσα ποσότης [ἀρχὴ καὶ στοιχεῖον τῶν ἀριθμῶν], ἥτις μειουμένου τοῦ πλήθους κατὰ τὴν ὑφαίρεσιν [τοῦ] παντὸς ἀριθμοῦ στερηθεῖσα μονήν τε καὶ στάσιν λαμβάνει. οὐ γὰρ οἷόν τε περαιτέρω γενέσθαι τὴν τομήν· καὶ γὰρ ἐὰν εἰς μόρια διαιρῶμεν τὸ ἓν ἐν αἰσθητοῖς, ἔμπαλιν πλῆθος γενήσεται τὸ ἓν καὶ πολλά, καὶ καταλήξει εἰς ἓν κατὰ τὴν ὑφαίρεσιν ἑκάστου τῶν μορίων· κἂν ἐκεῖνο πάλιν εἰς μόρια διαιρῶμεν, πλῆθός τε τὰ μόρια γενήσεται καὶ ἡ κατάληξις καθ' ὑφαίρεσιν ἑκάστου τῶν μορίων εἰς ἕν. ὥστε ἀμέριστον καὶ ἀδιαίρετον τὸ ἓν ὡς ἕν.

καὶ γὰρ ὁ μὲν ἄλλος ἀριθμὸς διαιρούμενος ἐλαττοῦται καὶ διαιρεῖται εἰς ἐλάττονα αὐτοῦ μόρια, οἷον τὰ ς′ εἰς τὰ γ′ καὶ γ′ ἢ δ′ καὶ β′ ἢ ε′ καὶ α′. τὸ δὲ ἓν ἂν μὲν ἐν αἰσθητοῖς διαιρῆται, ὡς μὲν σῶμα ἐλαττοῦται καὶ διαιρεῖται εἰς ἐλάττονα αὐτοῦ μόρια τῆς τομῆς γινομένης, ὡς δὲ ἀριθμὸς αὔξεται· ἀντὶ γὰρ ἑνὸς γίνεται πολλά. ὥστε καὶ κατὰ τοῦτο ἀμερὲς τὸ ἕν. οὐδὲν γὰρ διαιρούμενον εἰς μείζονα ἑαυτοῦ μόρια διαιρεῖται· τὸ δὲ <ἓν> διαιρούμενον καὶ εἰς μείζονα τοῦ ὅλου μόρια ὡς ἐν ἀριθμοῖς διαιρεῖται καὶ <εἰς> ἴσα τῷ ὅλῳ· οἷον τὸ ἓν τὸ ἐν αἰσθητοῖς ἂν εἰς ἓξ διαιρεθῇ, εἰς ἴσα μὲν τῷ ὅλῳ ὡς ἀριθμὸς διαιρεθήσεται α′ α′ α′ α′ α′ α′, εἰς μείζονα δὲ τοῦ ὅλου ὡς ἀριθμὸς εἰς δ′ καὶ β′· τὰ γὰρ β′ καὶ δ′ ὡς ἀριθμοὶ πλείονα τοῦ ἑνός. ἀδιαίρετος ἄρα ἡ μονὰς ὡς ἀριθμός. καλεῖται δὲ μονὰς ἤτοι ἀπὸ τοῦ μένειν ἄτρεπτος καὶ μὴ ἐξίστασθαι τῆς ἑαυτῆς φύσεως· ὁσάκις γὰρ ἂν ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιάσωμεν τὴν μονάδα, μένει μόνας· καὶ γὰρ ἅπαξ ἓν ἕν, καὶ μέχρις ἀπείρου ἐὰν πολλαπλασιάζωμεν τὴν μονάδα, μένει μονάς. ἢ ἀπὸ τοῦ διακεκρίσθαι καὶ μεμονῶσθαι ἀπὸ τοῦ λοιποῦ πλήθους τῶν ἀριθμῶν καλεῖται μονάς.

De l'Un et de la monade

III. Le nombre est une collection de monades, ou une progression de la multitude commençant et revenant à la monade (par l'addition ou la soustraction successive d'une unité). Quant à la monade, c'est la quantité terminante — principe et élément des nombres — qui, une fois débarrassée de la multitude par soustraction, et privée de tout nombre, demeure ferme et fixe : il est impossible de pousser plus loin la division. Si nous divisons en plusieurs parties un corps sensible, ce qui était *un* devient plusieurs, et si l'on soustrait chacune des parties, il se terminera à *un;* et si cet *un,* nous le divisons de nouveau en plusieurs parties, il en sortira la multitude, et en enlevant chacune de ces parties, on reviendra à *un,* de sorte que ce qui est un, en tant qu'un, est sans parties et indivisible*. Tout autre nombre étant divisé est diminué et réduit en parties plus petites que lui, comme 6 en 3 et 3, ou en 4 et 2, ou en 5 et 1. Ce qui est un, dans les choses sensibles, si on le divise, est diminué à la manière des corps, et par le partage qu'on en fait, il est divisé en parties plus petites que lui; mais il augmente comme nombre; car, à la place de ce qui était un, il y a plusieurs. C'est d'après cela que ce qui est un est indivisible. Nulle chose, en effet, ne peut être divisée en parties plus grandes qu'elle-même. Mais ce qui est un, divisé en parties plus grandes que l'entier, se divise à la manière des nombres en parties égales (en somme) à l'entier. Par exemple, si un corps, unité sensible, est divisé en six parties, 1, 1, 1, 1, 1, 1, ces parties sont égales à l'unité; mais, si on le divise en 4 et 2, les parties sont plus grandes que l'unité; en effet, 4 et 2, comme nombres, surpassent un. La monade donc, en tant que nombre, est indivisible. Si elle est appelée monade, c'est, ou bien parce qu'elle demeure immuable et ne sort pas des limites de sa nature; en multipliant, en effet, la

15 Voyez la note II après la traduction.

ᾗ δὲ διενήνοχεν ἀριθμὸς καὶ ἀριθμητόν, ταύτῃ καὶ μονὰς καὶ ἕν. ἀριθμὸς μὲν γάρ ἐστι τὸ ἐν νοητοῖς ποσόν, οἷον αὐτὰ ε´ καὶ αὐτὰ ι´, οὐ σώματά τινα οὐδὲ αἰσθητά, ἀλλὰ νοητά· ἀριθμητὸν δὲ τὸ ἐν αἰσθητοῖς ποσόν, ὡς ἵπποι ε´, βόες ε´, ἄνθρωποι ε´. καὶ μονὰς τοίνυν ἐστὶν ἡ τοῦ ἑνὸς ἰδέα ἡ νοητή, ἥ ἐστιν ἄτομος· ἓν δὲ τὸ ἐν αἰσθητοῖς καθ᾽ ἑαυτὸ λέγομεν, οἷον εἷς ἵππος, εἷς ἄνθρωπος.

δ. ὥστ᾽ εἴη ἂν ἀρχὴ τῶν μὲν ἀριθμῶν ἡ μονάς, τῶν δὲ ἀριθμητῶν τὸ ἕν· καὶ τὸ ἓν ὡς ἐν αἰσθητοῖς τέμνεσθαί φασιν εἰς ἄπειρον, οὐχ ὡς ἀριθμὸν οὐδὲ ὡς ἀρχὴν ἀριθμοῦ, ἀλλ᾽ ὡς αἰσθητόν. ὥστε ἡ μὲν μονὰς νοητὴ οὖσα ἀδιαίρετος, τὸ δὲ ἓν ὡς αἰσθητὸν εἰς ἄπειρον τμητόν. καὶ τὰ ἀριθμητὰ τῶν ἀριθμῶν εἴη ἂν διαφέροντα τῷ τὰ μὲν σώματα εἶναι, τὰ δὲ ἀσώματα. ἁπλῶς δὲ ἀρχὰς ἀριθμῶν οἱ μὲν ὕστερόν φασι τήν τε μονάδα καὶ τὴν δυάδα.

οἱ δὲ ἀπὸ Πυθαγόρου πάσας κατὰ τὸ ἑξῆς τὰς τῶν ὅρων ἐκθέσεις, δι᾽ ὧν ἄρτιοί τε καὶ περιττοὶ νοοῦνται, οἷον τῶν ἐν αἰσθητοῖς τριῶν ἀρχὴν τὴν τριάδα καὶ τῶν ἐν αἰσθητοῖς τεσσάρων πάντων ἀρχὴν τὴν τετράδα καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀριθμῶν κατὰ ταὐτά. οἱ δὲ καὶ αὐτῶν τούτων ἀρχὴν τὴν μονάδα φασὶ καὶ τὸ ἓν πάσης ἀπηλλαγμένον διαφορᾶς ὡς ἐν ἀριθμοῖς, μόνον αὐτὸ ἕν, οὐ τὸ ἕν, τουτέστιν οὐ τόδε τὸ ποιὸν καὶ διαφοράν τινα πρὸς ἕτερον ἓν προσειληφός, ἀλλ᾽ αὐτὸ καθ᾽ αὑτὸ ἕν. οὕτω γὰρ ἂν ἀρχή τε καὶ

6 λέγομεν] λεγόμενον, Hiller. — 8 Titre dans quelques manuscrits : τίς ἀρχὴ ἀριθμοῦ (du principe des nombres). — 20 [οὐ τὸ ἕν] Hultsch.

monade par elle-même, nous aurons toujours la monade : une fois un donne toujours un; et, si nous multiplions la monade jusqu'à l'infini, elle restera toujours monade. Ou bien encore, elle est appelée monade, parce qu'elle est séparée et mise seule en dehors de la multitude des autres nombres. Comme le nombre diffère de ce qui est nombré, de même la monade diffère de ce qui est un. Le nombre, en effet, est une quantité intelligible, comme la quantité 5 et la quantité 10, qui ne sont pas composées de corps sensibles, mais de choses intelligibles. Quant à la quantité nombrable, elle se trouve dans les choses sensibles telles que 5 chevaux, 5 bœufs, 5 hommes. Donc la monade est l'idée d'un *un* intelligible, lequel *un* est indivisible. Quant à l'*un* qui se rencontre dans les choses sensibles, on le dit *un* en soi, comme un cheval, un homme *.

IV. La monade sera donc le principe des nombres; et l'*un* le principe des choses nombrées. Ce qui est un, en tant que sensible, peut, à ce qu'on assure, être divisé à l'infini, non en tant qu'il est nombre ou principe du nombre, mais en tant qu'il est sensible, en sorte que la monade qui est intelligible, n'admet pas de division, mais que ce qui est un, étant sensible, peut être divisé à l'infini. Les choses nombrées diffèrent encore des nombres, en ce qu'elles sont corporelles, tandis que les nombres sont incorporels. Mais, sans faire cette distinction, « les modernes considèrent la monade et la dyade comme principes des nombres ; quant aux Pythagoriciens, ils font consister les principes des nombres dans les séries des termes successifs par lesquels se conçoivent les pairs et les impairs » ; ils disent, par exemple, que le principe de trois dans les choses sensibles est la triade, que le principe de tout ce qui est quatre, parmi les choses sensibles, est la tétrade, et ainsi de même pour tous les autres nombres. Ils prétendent en outre que la monade est le principe de tous ces nombres et que l'*un* est libre de toute variété, l'un qui se trouve

14 Ainsi, d'après Théon, la monade est abstraite, l'*un* est concret.

μέτρον εἴη τῶν ὑφ᾽ ἑαυτὸ ὄντων, καθὸ ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται, μετασχὸν τῆς πρώτης τοῦ ἑνὸς οὐσίας τε καὶ ἰδέας.

Ἀρχύτας δὲ καὶ Φιλόλαος ἀδιαφόρως τὸ ἓν καὶ μονάδα καλοῦσι καὶ τὴν μονάδα ἕν. οἱ δὲ πλεῖστοι προστιθέασι τῷ μονάδα αὐτὴν τὴν πρώτην μονάδα, ὡς οὔσης τινὸς οὐ πρώτης μονάδος, ἥ ἐστι κοινότερον καὶ αὐτὴ μονὰς καὶ ἕν — λέγουσι δὴ καὶ τὸ ἕν —, τουτέστιν ἡ πρώτη καὶ νοητὴ οὐσία τοῦ ἑνός, ἑκάστου τῶν πραγμάτων παρέχουσα ἕν · μετοχῇ γὰρ αὐτῆς ἕκαστον ἓν καλεῖται. διὸ καὶ τοὔνομα αὐτοῦ οὐδὲν παρεμφαίνει τί ἓν καὶ τίνος γένους, κατὰ πάντων δὲ κατηγορεῖται, [ὥστε καὶ ἡ μονὰς καὶ ἕν ἐστι,]

κἂν τὰ μὲν νοητὰ καὶ παραδείγματα μηδὲν ἀλλήλων διαφέροντα, τὰ δὲ αἰσθητά. ἔνιοι δὲ ἑτέραν διαφορὰν τῆς μονάδος καὶ τοῦ ἑνὸς παρέδοσαν. τὸ μὲν γὰρ ἓν οὔτε κατ᾽ οὐσίαν ἀλλοιοῦται, οὔτε τῇ μονάδι καὶ τοῖς περιττοῖς αἴτιόν ἐστι τοῦ μὴ ἀλλοιοῦσθαι κατ᾽ οὐσίαν, οὔτε κατὰ ποιότητα, αὐτὸ γὰρ μονάς ἐστι καὶ οὐχ ὥσπερ αἱ μονάδες πολλαί, οὔτε κατὰ τὸ ποσόν · οὐδὲ γὰρ συντίθεται ὥσπερ αἱ μονάδες ἄλλῃ μονάδι · ἓν γάρ ἐστι καὶ οὐ πολλά, διὸ καὶ ἑνικῶς καλεῖται ἕν. καὶ γὰρ εἰ παρὰ Πλάτωνι ἑνάδες εἴρηνται ἐν Φιλήβῳ, οὐ παρὰ τὸ ἓν ἐλέχθησαν ἀλλὰ παρὰ τὴν ἑνάδα, ἥτις ἐστὶ μονὰς μετοχῇ τοῦ ἑνός. κατὰ πάντα δὴ ἀμετάβλητον τὸ ἓν τὸ ὡρισμένον τοῦτο ἐν τῇ μονάδι. ὥστε διαφέροι ἂν τὸ ἓν τῆς μονάδος, ὅτι τὸ μέν ἐστιν ὡρισμένον καὶ πέρας, αἱ δὲ μονάδες ἄπειροι καὶ ἀόριστοι.

dans les nombres n'étant pas tel ou tel un, c'est-à-dire n'étant pas une certaine quantité et une diversité à l'égard d'un autre un, mais étant l'un considéré en lui-même. Car c'est par là qu'il devient le principe et la mesure des choses qui lui sont soumises, de même que chacune des choses qui existent est dite un, comme étant participante de la première essence et de l'idée de ce qui est un. Archytas et Philolaüs se servent indifféremment des mots un et monade, et ils disent que la monade est l'un. La plupart ajoutent au nom de monade l'épithète « première », comme s'il y avait une monade qui ne fût pas première, et comme si celle qu'ils appellent première était plus universelle, et qu'elle fût la monade et l'*un*, — car ils l'appellent aussi l'un — et comme si elle était l'essence première et intelligible qui fait que toutes les choses qui sont un, soient telles. C'est en vertu d'une participation à cette essence que toutes choses sont appelées un. C'est pourquoi le nom même *un* ne dit pas de quelle chose il s'agit, ni quelle en est l'espèce, mais il s'applique à toutes choses. Ainsi, la monade et l'*un* étant tout à la fois intelligibles et sensibles, ces deux choses ne diffèrent en rien l'une de l'autre. Quelques-uns mettent une autre différence entre l'*un* et la monade : l'*un* ne change pas selon la substance, et ce n'est pas lui qui fait que la monade ou les impairs changent selon l'essence. Il ne change pas non plus selon la qualité, car c'est lui-même qui est monade, et non comme les monades qui sont plusieurs. Il ne change pas non plus selon la quantité, car il n'est pas composé, comme les monades auxquelles s'ajoute une autre monade. Il est un et non plusieurs ; c'est pour cela qu'on l'appelle lui seul *un*. Et quoique Platon, dans le *Philèbe* *, se soit servi de l'expression « les unités », il ne les a pas appelées ainsi d'après l'un, mais d'après la monade qui est une participation de l'un. Cet un, qui se distingue de la monade dont il est l'essence, est quel-

30 Le *Philèbe*, p. 15 A.

Περὶ ἀρτίου καὶ Περιττοῦ

ε. τῶν δὲ ἀριθμῶν ποιοῦνται τὴν πρώτην τομὴν εἰς δύο · τοὺς μὲν γὰρ αὐτῶν ἀρτίους, τοὺς δὲ περιττούς φασι. καὶ ἄρτιοι μέν εἰσιν οἱ ἐπιδεχόμενοι τὴν εἰς ἴσα διαίρεσιν, ὡς ἡ δυάς, ἡ τετράς · περισσοὶ δὲ οἱ εἰς ἄνισα διαιρούμενοι, οἷον ὁ ε', ὁ ζ'. πρώτην δὲ τῶν περισσῶν ἔνιοι ἔφασαν τὴν μονάδα. τὸ γὰρ ἄρτιον τῷ περισσῷ ἐναντίον · ἡ δὲ μονὰς ἤτοι περιττόν ἐστιν ἢ ἄρτιον · καὶ ἄρτιον μὲν οὐκ ἂν εἴη · οὐ γὰρ ὅπως εἰς ἴσα, ἀλλ' οὐδὲ ὅλως διαιρεῖται · περιττὴ ἄρα ἡ μονάς. κἂν ἀρτίῳ δὲ ἄρτιον προσθῇς, τὸ πᾶν γίνεται ἄρτιον · μονὰς δὲ ἀρτίῳ προστιθεμένη τὸ πᾶν περιττὸν ποιεῖ · οὐκ ἄρα ἄρτιον ἡ μονὰς ἀλλὰ περιττόν.

Ἀριστοτέλης δὲ ἐν τῷ Πυθαγορικῷ τὸ ἕν φησιν ἀμφοτέρων μετέχειν τῆς φύσεως · ἀρτίῳ μὲν γὰρ προστεθὲν περιττὸν ποιεῖ, περιττῷ δὲ ἄρτιον, ὃ οὐκ ἂν ἠδύνατο, εἰ μὴ ἀμφοῖν ταῖν φυσέοιν μετεῖχε · διὸ καὶ ἀρτιοπέριττον καλεῖσθαι τὸ ἕν. συμφέρεται δὲ τούτοις καὶ Ἀρχύτας. περιττοῦ μὲν οὖν πρώτη ἰδέα ἐστὶν ἡ μονάς, καθάπερ καὶ ἐν κόσμῳ τῷ ὡρισμένῳ καὶ τεταγμένῳ τὸ περιττὸν προσαρμόζουσιν · ἀρτίου δὲ πρώτη ἰδέα ἡ ἀόριστος δυάς, καθὰ καὶ ἐν κόσμῳ τῷ ἀορίστῳ καὶ ἀγνώστῳ καὶ ἀτάκτῳ τὸ ἄρτιον προσαρμόττουσι. διὸ καὶ ἀόριστος καλεῖται ἡ δυάς, ἐπειδὴ οὐκ ἔστιν ὥσπερ ἡ μονὰς ὡρισμένη. οἱ δ' ἑξῆς ἑπόμενοι τούτοις ὅροι ἀπὸ μονάδος ἐκτιθέμενοι τὰ αὐτὰ αὔξονται μὲν τῇ ἴσῃ ὑπεροχῇ · μονάδι γὰρ ἕκαστος αὐτῶν τοῦ προτέρου πλεονάζει · αὐξόμενοι δὲ τοὺς λόγους τῆς πρὸς ἀλλήλους σχέσεως αὐτῶν μειοῦσιν.

que chose de tout à fait immuable. L'*un* diffère donc de la monade, en tant qu'il est défini et terme, tandis que les monades sont indéfinies et indéterminées.

Du nombre pair et du nombre impair

V. Une première division partage les nombres en deux espèces : les uns sont appelés pairs, les autres impairs. Les pairs sont les nombres qui peuvent se diviser en deux parties égales, comme deux et quatre, les impairs au contraire sont les nombres qui ne peuvent se diviser qu'en parties inégales, comme cinq et sept. Quelques-uns ont dit que le premier des impairs est l'unité. Car pair est le contraire d'impair, et l'unité est nécessairement paire ou impaire; or elle ne peut pas être paire, puisque, non seulement elle ne se divise pas en parties égales, mais elle ne se divise même pas du tout; donc l'unité est impaire. Que si vous ajoutez un nombre pair à un autre nombre pair, le tout sera pair; or, l'unité, ajoutée à un nombre pair, donne un tout impair; donc, encore une fois, l'unité n'est pas paire, elle est impaire. Cependant, Aristote dit, dans le *Pythagoricien* *, que l'*un* participe des deux natures. En effet, ajouté à un nombre pair, il donne un nombre impair; mais, ajouté à un nombre impair, il donne un nombre pair, ce qu'il ne pourrait faire s'il ne participait des deux natures. C'est pourquoi on l'appelle *pair-impair*. Archytas paraît avoir été aussi de ce sentiment. La première idée de l'impair est donc l'unité, comme aussi dans le monde, on attribue la qualité d'impair à ce qui est défini et bien ordonné. Au contraire, la première idée du pair est le binaire indéfini, ce qui fait que, dans le monde aussi, on attribue la qualité de pair à tout ce qui est indéfini, inconnu et désordonné. C'est pourquoi le binaire est appelé indéfini, parce qu'il n'est pas défini comme l'unité. Quant aux termes qui se sui-

19 L'un des ouvrages perdus d'Aristote.

οἷον ἐκτεθέντων ἀριθμῶν α΄ β΄ γ΄ δ΄ ε΄ ς΄, ὁ μὲν τῆς δυάδος λόγος πρὸς τὴν μονάδα ἐστὶ διπλάσιος, ὁ δὲ τῆς τριάδος πρὸς τὴν δυάδα ἡμιόλιος, ὁ δὲ τῆς τετράδος πρὸς τὴν τριάδα ἐπίτριτος, ὁ δέ τῆς πεντάδος πρὸς τὴν τετράδα ἐπιτέταρτος, ὁ δὲ τῆς ἑξάδος πρὸς τὴν πεντάδα ἐπίπεμπτος. ἔστι δ' ἐλάττων λόγος ὁ μὲν ἐπίπεμπτος τοῦ ἐπιτετάρτου, ὁ δὲ ἐπιτέταρτος τοῦ ἐπιτρίτου, ὁ δὲ ἐπίτριτος τοῦ ἡμιολίου, ὁ δὲ ἡμιόλιος τοῦ διπλασίου · καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δὲ ἀριθμῶν ὁ αὐτὸς λόγος. ἐναλλὰξ δ' εἰσὶν ἀλλήλοις οἵ τε ἄρτιοι καὶ οἱ περιττοὶ παρ' ἕνα θεωρούμενοι.

Περὶ πρώτου καὶ ἀσυνθέτου

ς. τῶν δὲ ἀριθμῶν οἱ μὲν πρῶτοι καλοῦνται ἁπλῶς καὶ ἀσύνθετοι, οἱ δὲ πρὸς ἀλλήλους πρῶτοι καὶ οὐχ ἁπλῶς, οἱ δὲ σύνθετοι ἁπλῶς, οἱ δὲ πρὸς αὐτοὺς σύνθετοι. πρῶτοι μὲν ἁπλῶς καὶ ἀσύνθετοι οἱ ὑπὸ μηδενὸς μὲν ἀριθμοῦ, ὑπὸ μόνης δὲ μονάδος μετρούμενοι, ὡς ὁ γ΄ ε΄ ζ΄ ια΄ ιγ΄ ιζ΄ καὶ οἱ τούτοις ὅμοιοι. λέγονται δὲ οἱ αὐτοὶ οὗτοι γραμμικοὶ καὶ εὐθυμετρικοὶ διὰ τὸ καὶ τὰ μήκη καὶ τὰς γραμμὰς κατὰ μίαν διάστασιν θεωρεῖσθαι · καλοῦνται δὲ καὶ περισσάκις περισσοί · ὥστε ὀνομάζεσθαι αὐτοὺς πενταχῶς, πρώτους, ἀσυνθέτους, γραμμικούς, εὐθυμετρικούς, περισσάκις περισσούς. μόνοι δὲ οὕπως καταμετροῦνται. τὰ γὰρ τρία οὐκ ἂν ὑπ' ἄλλου καταμετρηθείη ἀριθμοῦ ὥστε γεννηθῆναι ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ αὐτῶν, ἢ ὑπὸ μόνης μονάδος · ἅπαξ γὰρ τρία τρία. ὁμοίως δὲ καὶ ἅπαξ ε΄ ε΄, καὶ ἅπαξ ζ΄ ζ΄, καὶ ἅπαξ ια΄ ια΄. διὸ καὶ περισσάκις περισσοὶ κέκληνται · οἵ τε γὰρ καταμετρούμενοι περισσοὶ ἥ τε καταμετροῦσα αὐτοὺς μονὰς περισσή. διὸ καὶ πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι μόνοι οἱ περισσοί.

vent par une série continue, en commençant par l'unité, ils augmentent toujours d'une quantité égale, chacun surpassant d'une unité celui qui le précède; mais, à mesure que les termes augmentent, leur rapport mutuel diminue. Soient, par exemple, les termes 1, 2, 3, 4, 5, 6, la raison du nombre 2 à l'unité est double; celle du nombre 3 au nombre 2 est sesquialtère ($1 + 1/2$); celle du nombre 4 au nombre 3 est sesquitierce ($1 + 1/3$); celle du nombre 5 au nombre 4 est sesquiquarte ($1 + 1/4$); enfin celle du nombre 6 au nombre 5 est sesquiquinte ($1 + 1/5$). Or, le rapport $1 + 1/5$ est plus petit que $1 + 1/4$; $1 + 1/4$ est plus petit que $1 + 1/3$; $1 + 1/3$ est plus petit que $1 + 1/2$; et enfin $1 + 1/2$ est plus petit que 2. Et on trouverait que la raison décroît de même pour les autres nombres. On voit aussi que les nombres successifs sont alternativement pairs et impairs.

Du nombre premier ou incomposé

VI. Parmi les nombres, les uns sont dits premiers absolus ou incomposés; d'autres sont premiers entre eux, mais non absolument; d'autres sont absolument composés; d'autres, composés entre eux. Les nombres absolument premiers et incomposés sont ceux qu'aucun nombre ne peut mesurer, si ce n'est l'unité. Tels sont 3, 5, 7, 11, 13, 17..... et autres semblables. Ces nombres sont aussi appelés linéaires et euthymétriques, parce que les longueurs et les lignes ne sont considérées que dans une seule dimension. On les appelle aussi impairement-impairs. On leur donne donc cinq dénominations différentes : premiers, incomposés, linéaires, euthymétriques et impairement-impairs. Ce sont les seuls qui ne soient pas divisibles; ainsi aucun des autres nombres, différents de l'unité, ne peut diviser le nombre 3, de sorte que 3 puisse résulter de leur multiplication. En effet, une fois 3 fait 3. De même, une fois 5 fait 5, une fois 7 fait 7, et une fois 11 fait 11. Et c'est pour cela qu'on appelle ces nombres οἱ γὰρ ἄρτιοι οὔτε πρῶτοι οὔτε ἀσύνθετοι οὔτε ὑπὸ μόνης μονάδος μετρούμενοι, ἀλλὰ καὶ ὑπ' ἄλλων ἀριθμῶν · οἷον τετρὰς μὲν ὑπὸ δυάδος · δὶς γὰρ β′ δ′ · ἑξὰς δὲ ὑπὸ δυάδος καὶ τριάδος · δὶς γὰρ γ′ ϛ′ καὶ τρὶς β′ ϛ′ · καὶ οἱ λοιποὶ ἄρτιοι κατὰ τὰ αὐτὰ ὑπό τινων μειζόνων τῆς μονάδος ἀριθμῶν καταμετροῦνται, πλὴν τῆς δυάδος. ταύτῃ γὰρ μόνῃ συμβέβηκεν, ὅπερ καὶ ἐνίοις τῶν περισσῶν, τὸ ὑπὸ μονάδος μετρεῖσθαι μόνον · ἅπαξ γὰρ β′ β′ · διὸ καὶ περισσοειδὴς εἴρηται ταὐτὸ τοῖς περισσοῖς πεπονθυῖα. πρὸς ἀλλήλους δὲ λέγονται πρῶτοι ἀριθμοὶ καὶ οὐ καθ' αὑτοὺς οἱ κοινῷ μέτρῳ μετρούμενοι τῇ μονάδι, κἂν ὑπ' ἄλλων τινῶν ἀριθμῶν ὡς πρὸς ἑαυτοὺς καταμετρῶνται, οἷον ὁ η′ μετρεῖται μὲν καὶ ὑπὸ τῶν β′ καὶ δ′, [καὶ ὁ θ′ ὑπὸ τῶν γ′, καὶ ὁ ι′ ὑπὸ τῶν β′ καὶ ε′ · ἔχουσι δὲ καὶ κοινὸν μέτρον καὶ πρὸς ἀλλήλους καὶ πρὸς τοὺς καθ' ἑαυτοὺς πρώτους τὴν μονάδα · καὶ γὰρ [ἅπαξ γ′ γ′ καὶ] ἅπαξ η′ η′ καὶ ἅπαξ θ′ θ′ καὶ ἅπαξ ι′ ι′.

Περὶ συνθέτου ἀριθμοῦ

ζ. σύνθετοι δέ εἰσι πρὸς ἑαυτοὺς οἱ ὑπό τινος ἐλάττονος ἀριθμοῦ μετρούμενοι, ὡς ὁ ϛ′ ὑπὸ δυάδος καὶ τρίαδος. πρὸς ἀλλήλους δὲ σύνθετοι οἱ κοινῷ φτινιοῦν μέτρῳ μετρούμενοι · ὡς ὁ η′ καὶ ὁ ϛ′ · κοινὸν γὰρ ἔχουσι μέτρον δυάδα · δὶς γὰρ γ′ ϛ′ καὶ δὶς δ′ η′ · καὶ ὁ ϛ′ καὶ ὁ θ′ · κοινὸν γὰρ αὐτῶν μέτρον ἡ τρίας · καὶ γὰρ τρὶς β′ ϛ′ καὶ τρὶς γ′ θ′. οὔτε δὲ ἡ μονὰς ἀριθμός, ἀλλὰ ἀρχὴ ἀριθμοῦ, οὔτε ἡ ἀόριστος δυάς, πρώτη οὖσα ἑτερότης μονάδος καὶ μηδὲν αὑτῆς ἐν ἀρτίοις ἀρχικώτερον ἔχουσα. τῶν δὲ συνθέτων τοὺς μὲν ὑπὸ δύο ἀριθμῶν περιεχομένους καλοῦσιν ἐπιπέimpairement-impairs [1]; car ils sont impairs, et l'unité qui les mesure est également impaire. Aussi les seuls impairs peuvent être premiers ou incomposés. En effet, les nombres pairs ne sont pas premiers et incomposés; ils n'ont pas la seule unité pour mesure, d'autres nombres les mesurent : par exemple, 2 mesure 4, car 2 fois 2 font 4; 2 et 3 mesurent 6, car 2 fois 3 et 3 fois 2 font 6. Tous les autres nombres pairs, à l'exception de 2, sont mesurés de même par des nombres plus grands que l'unité. Le nombre 2 est le seul, parmi les pairs, qui soit dans le même cas que plusieurs impairs, de n'avoir que l'unité pour mesure. En effet une fois 2 est 2. C'est pour cela qu'on a dit que le nombre 2 a la nature du nombre impair, parce qu'il a la même propriété que les impairs. On appelle premiers entre eux, mais non absolument, les nombres qui ont pour commune mesure l'unité, quoique d'autres nombres les mesurent, si on les considère séparément, comme 8 que mesurent 2 et 4, 9 que mesure 3, et 10 que mesurent 2 et 5. Ils ont, en effet, l'unité pour commune mesure, soit entre eux, soit par rapport à leurs facteurs premiers : on a [une fois 3 égale 3] une fois 8 égale 8, une fois 9 égale 9, et une fois 10 égale 10.

Du nombre composé

VII. Les nombres composés sont les nombres mesurés par un nombre moindre qu'eux-mêmes, comme 6 qui est mesuré par 2 et 3. Les nombres composés entre eux sont ceux qui ont une mesure commune comme 8 et 6, qui ont 2 pour commune mesure, car 2 fois 3 font 6 et 2 fois 4 font 8. Tels sont encore 6 et 9 qui ont 3 pour commune mesure, car 3 fois 2 font 6 et 3 fois 3 font 9. Quant à l'unité, elle n'est pas un nombre, mais le principe du nombre; et, quant au nom-

1 Euclide appelle impairement-impairs les nombres de la forme $(2a+1)\ (2b+1)$, cf. *Éléments* VII, déf. 10. Les nombres premiers sont compris dans cette formule en supposant $2b+1=1$, c'est-à-dire $b=0$.

δους, ὡς κατὰ δύο διαστάσεις θεωρουμένους καὶ οἷον ὑπὸ μήκους καὶ πλάτους περιεχομένους, τοὺς δὲ ὑπὸ τριῶν στερεούς, ὡς καὶ τὴν τρίτην διάστασιν προσειληφότας. περιοχὴν δὲ καλοῦσιν ἀριθμῶν τὸν δι' ἀλλήλων αὐτῶν πολυπλασιασμόν.

Περὶ τῆς τῶν ἀρτίων διαφορᾶς

η. τῶν δὲ ἀρτίων οἱ μέν εἰσιν ἀρτιάκις ἄρτιοι, οἱ δὲ περιττάκις ἄρτιοι, οἱ δὲ ἀρτιοπέριττοι. ἀρτιάκις μὲν ἄρτιοι [τὸ σημεῖον τοῦτό ἐστιν] οἷς τρία συμβέβηκεν, ἓν τὸ ὑπὸ δύο ἀρτίων ἐπ' ἀλλήλους πολυπλασιασθέντων γεγενῆσθαι, δεύτερον τὸ πάντα ἄρτια ἔχειν τὰ μέρη μέχρι τῆς εἰς μονάδα καταλήξεως, τρίτον τὸ μηδὲν αὐτῶν μέρος ὁμώνυμον εἶναι περιττῷ · ὁποῖοί εἰσιν ὁ λβ´ ξδ´ ρκη´ καὶ οἱ ἀπὸ τούτων ἑξῆς κατὰ τὸ διπλάσιον λαμβανόμενοι. τὰ γὰρ λβ´ γέγονε μὲν ἔκ τε δ' καὶ η´, ἅ ἐστιν ἄρτια · μέρη δὲ αὐτῶν πάντα ἄρτια, ἥμισυ ις´, τέταρτον ὁ η´, ὄγδοον ὁ δ´ · αὐτά τε τὰ μόρια ὁμώνυμα ἀρτίοις, τό τε ἥμισυ ὡς ἐν δυάδι θεωρούμενον καὶ τέταρτον καὶ ὄγδοον. ὁ δὲ αὐτὸς λόγος καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὁμοίως ἀριθμῶν.

θ. ἀρτιοπέριττοι δέ εἰσιν οἱ ὑπὸ δυάδος καὶ περιττοῦ οὑτινοσοῦν μετρούμενοι, οἵτινες ἐκ παντὸς περιττὰ μέρη ἔχουσι τὰ ἡμίσεα κατὰ τὴν εἰς ἴσα διαίρεσιν · ὡς τὰ δὶς ζ´ ιδ´. ἀρτιάκις μὲν γὰρ οὗτοι καλοῦνται περιττοί, ἐπεὶ ὑπὸ τῆς δυάδος ἀρτίας οὔσης μετροῦνται καὶ περισσοῦ τινος, ὁ μὲν

19 Titre dans quelques mss. : περὶ ἀρτιοπερίττων (des nombres pairement-impairs).

bre 2, il n'est pas indéfini, il est le premier nombre différent de l'unité et, quoique pair, il n'a pas de diviseur plus grand que l'unité. Les nombres composés qui sont le produit de deux nombres sont appelés *plans;* on les considère comme ayant deux dimensions, longueur et largeur. Ceux qui sont le produit des trois nombres sont appelés *solides,* comme possédant la troisième dimension. Enfin, on appelle *circuit* le résultat de la multiplication de nombres les uns par les autres.

Des diverses sortes de nombres pairs

VIII. Parmi les nombres pairs, les uns sont pairement-pairs, d'autres impairement-pairs, d'autres enfin pairement-impairs. On reconnaît qu'un nombre est pairement-pair quand il réunit ces trois conditions : 1° qu'il soit engendré par deux pairs multipliés entre eux ; 2° que toutes les parties en soient paires jusqu'à la réduction à l'unité ; 3° qu'aucune de ses parties n'ait le même nom qu'un nombre impair. Tels sont 32, 64, 128, et ainsi de suite en procédant par une progression double. En effet, 32 est le produit des nombres 4 et 8 qui sont pairs. Toutes les parties en sont paires, savoir : la moitié 16, le quart 8, le huitième 4, les parties sont de même nom que les nombres pairs, la moitié est considérée comme le nombre binaire, il en est de même du quart, du huitième (qui sont considérés comme les nombres 4, 8). Il en est de même des autres nombres *.

IX. On appelle nombres pairement impairs les nombres mesurés par le nombre 2 et par un nombre impair quelconque et qui ont, par conséquent, des moitiés impaires quand on fait la division par 2. Tel est 2 fois 7 ou 14. On les appelle pairement impairs, parce qu'ils ont pour mesure le nombre 2

25 Ainsi, suivant Théon, le nombre pairement-pair est une puissance de 2. Suivant Euclide, c'est un produit de deux nombres pairs ; cf. *Éléments,* VII, déf. 8.

δύο τοῦ ἑνός, ὁ δὲ ϛ' τοῦ γ', ὁ δὲ ι' τοῦ ε', ὁ δὲ ιδ' τοῦ ζ'. διαιροῦνται δὲ οὗτοι τὴν πρώτην διαίρεσιν εἰς περιττόν, μετὰ δὲ τὴν πρώτην εἰς ἴσα διαίρεσιν οὐκ ἔτι διαιροῦνται. τῶν γὰρ ϛ' τὰ μὲν γ' ἥμισυ, τὰ δὲ γ' οὐκ ἔτι εἰς ἴσα διαιρεῖται · μονὰς γὰρ ἀδιαίρετος.

ι. περισσάκις δὲ ἄρτιοί εἰσιν ὧν ὁ πολλαπλασιασμὸς ἐκ δυεῖν ὡντινωνοῦν περισσοῦ καὶ ἀρτίου γίνεται, καὶ πολλαπλασιασθέντες εἰς ἴσα μὲν ἄρτια μέρη δίχα διαιροῦνται, κατὰ δὲ τὰς πλείους διαιρέσεις ἃ μὲν ἄρτια μέρη, ἃ δὲ περισσὰ ἔχουσιν · ὡς ὁ ιβ' καὶ κ' · τρὶς γὰρ δ' ιβ', καὶ πεντάκις δ' κ' · καὶ τὰ μὲν ιβ' διχῇ διαιρεῖται <εἰς> ϛ' καὶ ϛ', τριχῇ δὲ εἰς δ' καὶ δ' καὶ δ', τετραχῇ δὲ εἰς τετράκις γ' · τὰ δὲ κ' διχῇ μὲν εἰς ι', τετραχῇ δὲ εἰς ε', πενταχῇ δὲ εἰς δ'.

Περὶ ἰσάκις ἴσων καὶ ἑτερομηκῶν καὶ παραλληλογράμμων ἀριθμῶν

ια. ἔτι τῶν συνθέτων ἀριθμῶν οἱ μὲν ἰσάκις ἴσοι εἰσὶ καὶ τετράγωνοι καὶ ἐπίπεδοι, ἐπειδὰν ἴσος ἐπὶ ἴσον πολλαπλασιασθεὶς γεννήσῃ τινὰ ἀριθμόν, [ὁ γεννηθεὶς ἰσάκις τε ἴσος καὶ τετράγωνός ἐστιν] ὡς ὁ δ', ἔστι γὰρ δὶς β', καὶ ὁ θ', ἔστι γὰρ τρὶς γ' ·

ιβ. οἱ δὲ ἀνισάκις ἄνισοι, ἐπειδὰν ἄνισοι ἀριθμοὶ ἐπ' ἀλλήλους παλλαπλασιασθῶσιν, ὡς ὁ ϛ' · ἔστι γὰρ δὶς γ' ϛ'.

ιγ. τούτων δὲ ἑτερομήκεις μέν εἰσιν οἱ τὴν ἑτέραν πλευρὰν τῆς ἑτέρας μονάδι μείζονα ἔχοντες. ἔστι δὲ ὁ τοῦ περισσοῦ

6 Titre : περὶ περισσάκις ἀρτίων (des nombres impairement pairs).

qui est pair et, en outre, un nombre impair ; 2 a l'unité ; 6 a le nombre 3 ; 10 à le nombre 5 ; 14 a 7. Ces nombres, une fois faite la division par 2, sont partagés en deux parties impaires, et, après la première division, ils n'en admettent plus d'autre en deux parties égales. En effet, la moitié de 6 est 3, mais 3 ne peut se diviser en parties égales, car l'unité (qui reste après la division par 2) est indivisible *.

X. Les nombres impairement pairs sont ceux qui résultent de la multiplication de deux nombres quelconques, l'un impair, l'autre pair, lesquels, multipliés l'un par l'autre, sont divisés par le nombre 2 en deux parties paires ; mais, si l'on emploie de plus grands diviseurs, les quotients sont tantôt pairs, tantôt impairs. Tels sont les nombres 12 et 20, qui valent respectivement 3 fois 4, et 5 fois 4. Or, en divisant 12 successivement par 2, 3 et 4, on a $12 = 2 \times 6 = 3 \times 4 = 4 \times 3$. On a de même $20 = 2 \times 10 = 4 \times 5 = 5 \times 4$ *.

Des nombres carrés, hétéromèques, parallélogrammes

XI. Parmi les nombres composés les uns sont également égaux, c'est-à-dire carrés et plans, quand ils résultent de la multiplication de deux nombres égaux [le résultat est également égal ou carré]. Tels sont les nombres 4 et 9, car 2 fois 2 font 4 et 3 fois 3 font 9.

XII. Au contraire, les nombres composés sont inégalement inégaux, quand ils résultent de la multiplication de deux nombres inégaux. Tel est 6, car 2 fois 3 font 6.

XIII. Parmi ces nombres, on nomme *hétéromèques,* ceux qui ont un côté (facteur) plus long que l'autre d'une unité.

7 Les nombres pairement impairs sont donc, d'après Théon, les nombres de la forme $2\ (2\,a + 1)$. C'est la même définition que celle d'Euclide, Cf. *Éléments,* VII, déf. 9. — 16 Les nombres impairement pairs, que Théon distingue des nombres pairement impairs, seraient donc les nombres de la forme $(2\,a + 1)\ 4\,b$.

ἀριθμοῦ μονάδι πλεονάζων καὶ ἄρτιος · διὸ μόνον ἄρτιοι οἱ ἑτερομήκεις. ἡ γὰρ ἀρχὴ τῶν ἀριθμῶν, τουτέστιν ἡ μονὰς, περισσὴ οὖσα τὴν ἑτερότητα ζητοῦσα τὴν δυάδα ἑτερομήκη τῷ αὑτῆς διπλασιασμῷ ἐποίησε, καὶ διὰ τοῦτο ἡ δυὰς τῆς μονάδος ἑτερομήκης οὖσα καὶ μονάδι ὑπερέχουσα τοὺς ἀρτίους ἀριθμοὺς τῶν περισσῶν ἑτερομήκεις ποιεῖ μονάδι ὑπερέχοντας, γεννῶνται δὲ διχῶς, ἔκ τε πολλαπλασιασμοῦ καὶ ἐπισυνθέσεως. ἐκ μὲν ἐπισυνθέσεως οἱ ἄρτιοι τοῖς ἐφεξῆς ἐπισυντιθέμενοι τοὺς ἀπογεννωμένους ποιοῦσιν ἑτερομήκεις. οἷον ἐκκείσθωσαν ἄρτιοι κατὰ τὸ ἑξῆς

β′ δ′ ς′ η′ ι′ ιβ′ ιδ′ ις′ ιη′ ·

γίνονται δὲ κατ' ἐπισύνθεσιν β′ καὶ δ′ ς′, ς′ καὶ ς′ ιβ', ιβ′ καὶ η′ κ′, κ′ καὶ ι′ λ′ · ὥστε εἶεν ἂν οἱ γεγεννημένοι ἑτερομήκεις ς′ ιβ′ κ′ λ′. ὁ δὲ αὐτὸς λόγος καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς. κατὰ δὲ πολλαπλασιασμὸν οἱ αὐτοὶ ἑτερομήκεις γεννῶνται τῶν ἐφεξῆς ἀρτίων τε καὶ περιττῶν τοῦ πρώτου ἐπὶ τὸν ἑξῆς πολλαπλασιαζομένου · οἷον

α′ β′ γ′ δ′ ε′ ς′ ζ′ η′ θ′ ι′

ἅπαξ μὲν γὰρ β′ β′, δὶς δὲ γ′ ς′, τρὶς δὲ δ′ ιβ′, τετράκις δὲ ε′ κ′, πεντάκις δὲ ς′ λ′ · καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς ὁ αὐτὸς λόγος. ἑτερομήκεις δὲ οἱ τοιοῦτοι κέκληνται, ἐπειδὴ πρώτην ἑτερότητα τῶν πλευρῶν ἡ προσθήκη τῇ ἑτέρᾳ πλευρᾷ τῆς μονάδος ποιεῖ.

ιδ. παραλληλόγραμμοι δέ εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ δυάδι [ἢ καὶ μείζονι ἀριθμῷ] τὴν ἑτέραν πλευρὰν τῆς ἑτέρας ὑπερέχουσαν

23 ἢ καὶ μείζονι ἀριθμῷ] ces quatre mots doivent être supprimés : si les côtés du nombre parallélogramme pouvaient différer de plus de deux unités, la définition de ce nombre serait la même que celle du nombre promèque ; voy. I, XVII. D'ailleurs, dans les quatre exemples de nombres parallélogrammes donnés par Théon (2×4, 4×6, 6×8, et 8×10) la différence des deux facteurs est égale à 2. Il paraît donc évident que Théon définit d'abord le nombre carré $a \times a$, puis le nombre hétéromèque $a\,(a + 1)$ et le nombre parallélogramme $a\,(a + 2)$, avant de définir le nombre promèque $a\,(a + b)$ la différence b des deux facteurs étant un nombre entier quelconque.

Or, le nombre qui surpasse le nombre impair d'une unité est pair, donc les hétéromèques ne comprennent que des nombres pairs. En effet, l'unité, principe de tous les nombres, étant impaire et tendant à la production des autres, a fait, en se doublant elle-même, le nombre 2 qui est hétéromèque. C'est pourquoi le nombre 2, étant hétéromèque et surpassant l'unité d'une unité, rend hétéromèques les nombres pairs qui surpassent les impairs d'une unité. Or, les nombres dont il s'agit s'engendrent de deux manières, par la multiplication et par l'addition. Par l'addition, les nombres pairs ajoutés aux nombres pairs qui les précèdent, produisent les nombres hétéromèques. Soient, en effet, les nombres pairs successifs

$$2, \quad 4, \quad 6, \quad 8, \quad 10, \quad 12, \quad 14, \quad 16, \quad 18.$$

Par l'addition, on a $2+4=6$; $6+6=12$; $12+8=20$; $20+10=30$; en sorte que les sommes sont les nombres hétéromèques 6, 12, 20, 30 et ainsi des suivants *. Les mêmes nombres hétéromèques sont également obtenus par la multiplication des pairs et des impairs successifs, le premier nombre étant multiplié par le suivant. Soit, en effet,

$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \quad 6, \quad 7, \quad 8, \quad 9, \quad 10.$$

On a 1 fois $2=2$; 2 fois $3=6$; 3 fois $4=12$; 4 fois $5=20$; 5 fois $6=30$; et ainsi de suite. Les nombres hétéromèques sont ainsi appelés, parce que c'est l'addition de l'unité à l'un des côtés qui fait la première diversité des côtés.

XIV. Les nombres parallélogrammes sont ceux qui ont un côté plus grand que l'autre de 2 unités, comme 2 fois 4, 4 fois 6, 6 fois 8, 8 fois 10, qui valent 8, 24, 48, 80.

17 La somme des termes de la progression formée par la suite naturelle des nombres pairs

$$2, \quad 4, \quad 6, \quad 8, \quad 10, \quad 12, \quad 14, \quad 16 \ldots\ldots \; 2n$$

est, en effet, $n\,(n+1)$, donc c'est un nombre hétéromèque d'après la définition.

Théon ne donne jamais la démonstration des théorèmes arithmétiques qu'il énonce ; il les vérifie sur quelques exemples.

ἔχοντες, ὡς ὁ δὶς δ΄ καὶ ὁ τετράκις ς΄ καὶ ὁ ἑξάκις η΄ καὶ ὁ ὀκτάκις ι΄, οἵτινές εἰσιν ὁ η΄ κδ΄ μη΄ π΄.

ιε. τετράγωνοί εἰσιν οἱ ἐκ τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς περισσῶν ἐπισυντιθεμένων ἀλλήλοις γεννώμενοι. οἷον ἐκκείσθωσαν ἐφεξῆς περισσοὶ α΄ γ΄ ε΄ ζ΄ θ΄ ια΄ · ἓν καὶ γ΄ δ΄, ὅς ἐστι τετράγωνος, ἰσάκις γάρ ἐστιν ἴσος, τουτέστι δὶς β΄ δ΄ · δ΄ καὶ ε΄ θ΄, ὃς καὶ αὐτὸς τετράγωνος · ἔστι γὰρ τρὶς γ΄ θ΄ · θ΄ καὶ ζ΄ ις΄, ὃς καὶ αὐτὸς τετράγωνός ἐστι · τετράκις γὰρ δ΄ ις΄ · ις΄ καὶ θ΄ κε΄, ὃς καὶ αὐτὸς τετράγωνός ἐστι καὶ ἰσάκις ἴσος · ἔστι γὰρ πεντάκις ε΄ κε΄ · καὶ μέχρις ἀπείρου ὁ αὐτὸς λόγος. κατὰ μὲν οὖν ἐπισύνθεσιν αὕτως γεννῶνται οἱ τετράγωνοι, τῶν ἐφεξῆς περισσῶν τῷ γεννωμένῳ ἀπὸ μονάδος τετραγώνῳ προστιθεμένων · κατὰ πολλαπλασιασμὸν δὲ, ἐπειδὰν ὁστισοῦν ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῇ, οἷον δὶς β΄ δ΄, τρὶς γ΄ θ΄, τετράκις δ΄ ις΄.

ις. οἱ μὲν οὖν τετράγωνοι πάντες τοὺς ἑτερομήκεις περιλαμβάνουσι κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν καὶ μέσους αὐτοὺς ποιοῦσι τουτέστι τοὺς μονάδι μείζονα τὴν ἑτέραν πλευρὰν τῆς ἑτέρας ἔχοντας · οἱ δὲ ἑτερομήκεις οὐκ ἔτι τοὺς τετραγώνους περιλαμβάνουσιν ὡς μέσους εἶναι κατὰ ἀναλογίαν.

οἷον α΄ β΄ γ΄ δ΄ ε΄. οὗτοι τῷ μὲν ἰδίῳ πλήθει πολλαπλασιαζόμενοι ποιοῦσι τετραγώνους · ἅπαξ τε γὰρ α΄ α΄ καὶ δὶς β΄ δ΄ καὶ τρὶς γ΄ θ΄ καὶ τετράκις δ΄ ις΄ καὶ πεντάκις ε΄ κε΄ · καὶ οὐκ ἐκβαίνουσι τῶν ἰδίων ὅρων · ἥ τε γὰρ δυὰς ἑαυτὴν ἐδύασε καὶ ἡ τριὰς ἑαυτὴν ἐτρίασεν, ὥστε εἶεν ἂν τετράγωνοι οἱ ἑξῆς α΄ δ΄ θ΄ ις΄ κε΄. μέσους δὲ ἔχουσι τοὺς ἑτερομήκεις οὕτως. τετράγωνοι δύο ἐφεξῆς ὅ τε α΄ καὶ δ΄ · τούτων μέσος ἑτερομήκης ὁ β΄ · κείσθωσαν δὴ α΄ β΄ δ΄ μέσος γίνεται ὁ β΄, τῷ αὐτῷ λόγῳ τῶν ἄκρων τοῦ μὲν

3 Titre : περὶ τετραγώνων ἀριθμῶν (des nombres carrés). — 16 Titre : ὅτι οἱ τετράγωνοι μέσους τοὺς ἑτερομήκεις λαμβάνουσιν (que les carrés comprennent les nombres hétéromèques, comme moyens en proportion géométrique). — 18 μείζονα] μείζονας Hiller. — 19 ἔχοντας] ὑπερέχοντας Hiller.

XV. Les nombres engendrés par l'addition des nombres impairs successifs sont carrés. Soit, en effet, la série des impairs 1, 3, 5, 7, 9, 11 ; 1 et 3 font 4 qui est carré, car il est également égal, 2 fois 2 font 4 ; 4 et 5 font 9, qui est aussi carré, car 3 fois 3 font 9 ; 9 et 7 font 16, qui est carré, car 4 fois 4 font 16 ; 16 et 9 font 25, c'est encore un nombre carré, car il est également égal, 5 fois 5 font 25. On continuerait ainsi à l'infini. Telle est donc la génération des nombres carrés par l'addition, chaque impair étant successivement ajouté au carré obtenu en sommant les impairs précédents à partir de l'unité *. La génération a lieu aussi par la multiplication, en multipliant un nombre quelconque par lui-même, comme 2 fois 2 font 4, 3 fois 3 font 9, 4 fois 4 font 16.

XVI. Les carrés consécutifs ont pour moyens, en proportion géométrique, des hétéromèques, c'est-à-dire des nombres dont un côté est plus long que l'autre d'une unité ; mais les hétéromèques consécutifs n'ont pas des carrés pour moyens proportionnels.

Ainsi, soient les nombres 1, 2, 3, 4, 5 ; chacun d'eux multiplié par lui-même donne un carré : $1 \times 1 = 1$; $2 \times 2 = 4$; $3 \times 3 = 9$; $4 \times 4 = 16$; $5 \times 5 = 25$; aucun des facteurs ne sort de ses propres limites, car le nombre 2 ne fait que se doubler lui-même, 3 ne fait que se tripler,... Les carrés successifs sont donc 1, 4, 9, 16, 25. Je dis qu'ils ont pour moyens les hétéromèques. Prenons, en effet, les carrés successifs 1 et 4, le moyen entre eux est le nombre hétéromèque 2 ; si nous posons la série 1, 2, 4, le moyen 2 contient l'extrême 1, autant de fois qu'il est contenu dans l'autre extrême 4 ; 2 est, en effet, le double de 1, et 4 le double de 2. Soient encore les car-

11 En effet, le n^e nombre impair à partir de l'unité est $2n - 1$ et la somme des termes de la progression 1, 3, 5, 7, 9, ... $2n - 1$ est n^2.

ὑπερέχων, ὑφ' οὗ δὲ ὑπερεχόμενος · τοῦ μὲν γὰρ ἑνὸς τὰ β΄ διπλάσια, τῶν δὲ β΄ τὰ δ΄. πάλιν τετράγωνοι μὲν ὁ δ΄ καὶ θ΄ · μέσος δὲ αὐτῶν ἑτερομήκης ὁ ς΄ · κείσθωσαν δὴ δ΄ ς΄ θ΄ · μέσος ὁ ς΄, τῷ αὐτῷ λόγῳ τῶν ἄκρων τοῦ μὲν [γὰρ] ὑπερέχων, ὑφ' οὗ δὲ ὑπερεχόμενος · τῶν μὲν γὰρ δ΄ τὰ ς΄ ἡμιόλια, τῶν δὲ ς΄ τὰ θ΄. ὁ δὲ αὐτὸς λόγος καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς.

οἱ δὲ ἑτερομήκεις, ὑπὸ τῶν τῇ μονάδι ὑπερεχόντων πολλαπλασιαζόμενοι, οὔτε μένουσιν ἐν τοῖς ἰδίοις ὅροις οὔτε περιέχουσι τοὺς τετραγώνους. οἷον τὰ δὶς γ΄ γεννᾷ τὸν ς΄ καὶ τὰ τρὶς δ΄ γεννᾷ τὸν ιβ΄ καὶ τὰ τετράκις ε΄ γεννᾷ τὸν κ΄, καὶ οὐδεὶς αὐτῶν μένει ἐν τῷ ἑαυτοῦ ὅρῳ, ἀλλὰ μεταπίπτει ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ, οἷον δυὰς ἐπὶ τριάδα καὶ τριὰς ἐπὶ τετράδα καὶ τετρὰς ἐπὶ πεντάδα ·

οἵ τε γεννώμενοι οὐ περιλαμβάνουσι τοὺς τετραγώνους ἀριθμούς · οἷον ἐφεξῆς ἑτερομήκεις β΄ ς΄, μεταξὺ δὲ αὐτῶν ἐστι τῇ τάξει τετράγωνος ὁ δ΄ · ἀλλὰ κατ' οὐδεμίαν ἀναλογίαν περιλαμβάνεται ὑπ' αὐτῶν ὥστε ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ πρὸς τὰ ἄκρα εἶναι. ἐκκείσθω γὰρ β΄ δ΄ ς΄ · ἡ τετρὰς ἐν διαφόροις λόγοις πρὸς τὰ ἄκρα γενήσεται · τῶν μὲν γὰρ β΄ τὰ δ΄ διπλάσια, τῶν δὲ δ΄ τὰ ς΄ ἡμιόλια. ἵνα δὲ ἀναλόγως μέσον ᾖ, δεῖ αὐτὸ οὕτως μέσον εἶναι, ὥστε ὃν ἔχει λόγον τὸ πρῶτον πρὸς τὸ μέσον, τοῦτον τὸ μέσον πρὸς τὸ τρίτον. πάλιν τῶν ς΄ καὶ ιβ΄ ἑτερομήκων μέσος τῇ τάξει τετράγωνος ὁ θ΄, ἀλλ' οὐχ εὑρεθήσεται ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ πρὸς τὰ ἄκρα · ς΄ θ΄ ιβ΄ · τῶν μὲν γὰρ ς΄ τὰ θ΄ ἡμιόλια, τῶν δὲ θ΄ τὰ ιβ΄ ἐπίτριτα. ὁ δὲ αὐτὸς καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς λόγος.

rés 4 et 9, leur moyen est le nombre hétéromèque 6. Si nous mettons en ligne 4, 6, 9, le rapport du moyen 6 au premier extrême est égal au rapport du deuxième extrême à 6, car le rapport de 6 à 4 est sesquialtère $(1 + 1/2)$, comme le rapport de 9 à 6. Il en est de même des carrés suivants.

Les hétéromèques, au contraire, produits de facteurs qui diffèrent d'une unité, ne restent pas dans leurs propres limites et ne comprennent pas les carrés. Ainsi $2 \times 3 = 6$; $3 \times 4 = 12$; et $4 \times 5 = 20$. Or, aucun des (premiers) facteurs ne demeure dans ses propres limites, il change dans la multiplication, le nombre 2 se multipliant par 3, le nombre 3 par 4, et 4 par 5.

De plus, les nombres hétéromèques engendrés ne comprennent pas les nombres carrés. Ainsi 2 et 6 sont des hétéromèques successifs entre lesquels se trouve le carré 4; mais celui-ci n'est pas compris entre eux d'après la proportion géométrique continue, en sorte qu'il ait le même rapport avec les extrêmes. Si nous disposons en ligne 2, 4, 6 ; 4 aura un rapport différent avec les extrêmes, car le rapport de 4 à 2 est double et celui de 6 à 4 est sesquialtère $(1 + 1/2)$. Or, pour que 4 fut moyen proportionnel, il faudrait que le rapport du premier terme au moyen fût égal au rapport du moyen au troisième terme. Pareillement 9, nombre carré, est compris entre les hétéromèques successifs 6 et 12, mais il n'a pas le même rapport avec les extrêmes, car le rapport de 9 à 6 est sesquialtère $(1 + 1/2)$, tandis que celui de 12 à 9 est sesquitierce $(1 + 1/3)$. Il en est de même des hétéromèques suivants *.

28 Voy. note III.

Περὶ προμηκῶν ἀριθμῶν

ιζ. προμήκης δέ ἐστιν ἀριθμὸς ὁ ὑπὸ δύο ἀνίσων ἀριθμῶν ἀποτελούμενος ὡντινωνοῦν, ἢ μονάδι ἢ δυάδι ἢ καὶ πλείονι τοῦ ἑτέρου τὸν ἕτερον ὑπερέχοντος, ὡς ὁ κδ΄, ἔστι γὰρ ἑξάκις δ΄, καὶ οἱ τοιοῦτοι. ἔστι δὲ τρία μέρη τῶν προμήκων. καὶ γὰρ πᾶς ἑτερομήκης προμήκης, καθὸ μείζονα τὴν ἑτέραν πλευρὰν τῆς ἑτέρας ἔχει. ὥστε εἰ μέν τις ἑτερομήκης, οὗτος καὶ προμήκης · οὐ μὴν ἀνάπαλιν · ὁ γὰρ μείζονα πλέον ἢ μονάδι τὴν ἑτέραν ἔχων πλευρὰν προμήκης μέν, οὐ μὴν ἑτερομήκης · ἦν γὰρ ἑτερομήκης ὁ μονάδι μείζονα τὴν ἑτέραν ἔχων πλευράν, ὡς ὁ ϛ΄ · ἔστι φὰρ δὶς γ΄ ϛ΄.

ἔτι προμήκης καὶ ὁ κατὰ διαφορὰν πολλαπλασιασμοῦ ποτὲ μὲν μονάδι μείζονα τὴν ἑτέραν πλευρὰν <ἔχων>, ποτὲ δὲ πλεῖον ἢ μονάδι · ὡς ὁ ιβ΄ · ἔστι γὰρ καὶ τρὶς δ΄ καὶ δὶς ϛ΄, ὥστε κατὰ μὲν τὸ τρὶς δ΄ εἴη ἂν ἑτερομήκης, κατὰ δὲ τὸ δὶς ϛ΄ προμήκης. ἔτι προμήκης ἐστὶν ὁ κατὰ πάσας τὰς σχέσεις τῶν πολλαπλασιασμῶν πλέον ἢ μονάδι μείζονα τὴν ἑτέραν ἔχων πλευράν · ὡς ὁ μ΄ · καὶ γὰρ τετράκις ι΄ καὶ πεντάκις η΄ καὶ δὶς κ΄ · ὅστις καὶ μόνος ἂν εἴη προμήκης. ἑτερομήκης γάρ ἐστιν ὁ ἐκ τῶν ἴσων ἀριθμῶν τὴν πρώτην λαμβάνων ἑτερότητα · ἡ δὲ τῆς μονάδος τῷ ἑτέρῳ ἀριθμῷ προσθήκη πρώτην ποιεῖ ἑτερότητα · διὸ οἱ ἐκ τούτων κυρίως ἀπὸ τῆς πρώτης τῶν πλευρῶν ἑτερότητος ἑτερομήκεις. οἱ δὲ πλέον ἢ μονάδι τὴν ἑτέραν πλευρὰν μείζονα ἔχοντες διὰ τὸν ἐπὶ πλέον προβιβασμὸν τοῦ μήκους προμήκεις κέκληνται.

ιη. εἰσὶ δὲ τῶν ἀριθμῶν οἱ μὲν ἐπίπεδοι, ὅσοι ὑπὸ δύο ἀριθμῶν πολλαπλασιάζονται, οἷον μήκους καὶ πλάτους, τούτων

Des nombres promèques

XVII. Un nombre promèque est un nombre formé de facteurs inégaux quelconques dont l'un surpasse l'autre, soit d'une unité, soit de deux, soit d'un plus grand nombre. Tel est 24 qui vaut 6 fois 4, et autres nombres semblables. Il y a trois classes de nombres promèques. En effet, tout nombre hétéromèque est en même temps promèque, en tant qu'il a un côté plus grand que l'autre; mais, si tout nombre hétéromèque est par là même promèque, la réciproque n'est pas vraie, car le nombre qui a un côté plus long que l'autre de plus d'une unité, est promèque; mais il n'est pas hétéromèque, puisque celui-ci se définit : un nombre dont un côté surpasse l'autre d'une unité, comme 6, puisque $2 \times 3 = 6$.

Un nombre est encore promèque quand, suivant les multiplications diverses, il a un des côtés tantôt plus long d'une unité, tantôt plus long de plus d'une unité. Tel est 12 qui résulte de 3×4 et de 2×6, en sorte qu'à raison des côtés 3 et 4, le nombre 12 est hétéromèque, et qu'à raison des côtés 2 et 6, il est promèque. Enfin, un nombre est encore promèque, si, résultant de toute espèce de multiplication, il a un côté plus long que l'autre de plus d'une unité. Tel est 40, qui est le produit de 10 par 4, de 8 par 5 et de 20 par 2. Les nombres de cette espèce ne peuvent être que promèques. Le nombre hétéromèque est celui qui reçoit la première altération après le nombre formé de facteurs égaux, l'addition d'une unité faite à l'un des deux côtés égaux étant la première altération. C'est pourquoi les nombres qui résultent de cette première altération des côtés ont été appelés, avec raison, hétéromèques; mais ceux qui ont un côté plus grand que l'autre d'une quantité supérieure à l'unité ont été appelés promèques, à cause de la plus grande différence de longueur entre les côtés.

XVIII. Les nombres plans sont les nombres produits par la multiplication de deux nombres représentant la longueur δὲ οἱ μὲν τρίγωνοι, οἱ δὲ τετράγωνοι, οἱ δὲ πενταγώνοι καὶ κατὰ τὸ ἑξῆς πολύγωνοι.

Περὶ τριγώνων ἀριθμῶν, πῶς γεννῶνται, καὶ περὶ τῶν ἑξῆς πολυγώνων

ιθ. γεννῶνται δὲ οἱ τρίγωνοι τὸν τρόπον τοῦτον. [ὥσπερ] οἱ ἐφεξῆς ἄρτιοι ἀλλήλοις ἐπισυντιθέμενοι κατὰ τὸ ἑξῆς ἑτερομήκεις ἀριθμοὺς ποιοῦσιν. οἷον ὁ β' πρῶτος ἄρτιος · καὶ ἔστιν ἑτερομήκης · ἔστι γὰρ ἅπαξ β΄. εἶτα τοῖς β΄ ἂν προσθῇς δ΄, γίνεται ς΄, ὃς καὶ αὐτὸς ἑτερομήκης · ἔστι γὰρ δὶς γ΄. καὶ μέχρις ἀπείρου ὁ αὐτὸς λόγος, ἐναργέστερον δέ, ὥστε πᾶσιν εὐσύνοπτον εἶναι τὸ λεγόμενον, δείκνυται καὶ τῇδε.

πρώτη δυὰς ἔστω ἄλφα ἐκκείμενα δύο τάδε ·

α α

τὸ σχῆμα αὐτῶν ἔσται ἑτερόμηκες · κατὰ μὲν γὰρ τὸ μῆκός ἐστιν ἐπὶ δύο, κατὰ δὲ τὸ πλάτος ἐφ' ἕν. μετὰ τὰ δύο ἐστὶν ἄρτιος ὁ δ΄ · ἃ ἐὰν προσθῶμεν τοῖς πρώτοις δύο ἄλφα [α΄ α΄] καὶ περιθῶμεν τὰ δ' τοῖς β΄, γίνεται ἑτερόμηκες τὸ τῶν ς΄ σχῆμα · κατὰ μὲν γὰρ τὸ μῆκος γίνεται ἐπὶ τρία, κατὰ δὲ τὸ πλάτος ἐπὶ β΄. ἑξῆς ἐστιν ἄρτιος μετὰ δ΄ ὁ ς΄ · ἂν προσθῇς ταῦτα τοῖς πρώτοις ς΄, γίνεται ὁ ιβ΄, κἂν περιθῇς αὐτὰ τοῖς πρώτοις, ἔσται σχῆμα ἑτερόμηκες · ὡς ἔχειν ταῦτα κατὰ τὸ μῆκος μὲν δ΄, κατὰ πλάτος δὲ γ΄. καὶ μέχρις ἀπείρου ὁ αὐτὸς λόγος κατὰ τὴν τῶν ἀρτίων ἐπισύνθεσιν.

α	α	α		α	α	α	α
α	α	α		α	α	α	α
				α	α	α	α

πάλιν δὲ οἱ ἑξῆς περισσοὶ ἀλλήλοις ἐπισυντιθέμενοι τετραγώνους ποιοῦσιν ἀριθμούς. εἰσὶ δὲ οἱ ἐφεξῆς περισσοὶ α΄ γ΄ ε΄ ζ΄ θ΄ ια΄. ταῦτα δὲ ἐφεξῆς συντιθεὶς ποιήσεις τετραγώνους et la largeur. Parmi ces nombres, il y en a qui sont triangulaires, d'autres sont quadrangulaires, pentagones et en général polygones.

Des nombres triangulaires, de la manière dont ils s'obtiennent, et des autres nombres polygones

XIX. Les nombres triangulaires s'obtiennent de la manière que nous allons indiquer. Et d'abord les pairs successifs ajoutés les uns aux autres produisent les hétéromèques. Ainsi le premier pair 2 est en même temps hétéromèque, car il vaut 1 × 2. Si maintenant à 2 on ajoute 4, la somme sera 6 qui est encore un hétéromèque, puisqu'il vaut 2 × 3 et il en est de même des suivants à l'infini. Mais, afin que ce que nous venons de dire soit plus clair, nous allons le montrer ainsi.

Supposons que le premier pair 2 soit représenté par les deux unités 1 1, la figure qu'elles forment est hétéromèque, car elle a 2 en longueur et 1 en largeur. Après le nombre 2 vient le nombre pair 4; si nous ajoutons les quatre unités aux deux premières, en les plaçant autour (à angle droit), nous aurons la figure du nombre hétéromèque 6, car sa longueur est 3 et sa largeur 2. Après le nombre 4 vient le nombre pair 6. Si nous ajoutons les 6 unités aux 6 premières en les plaçant autour (à angle droit), la somme sera 12 et la figure sera hétéromèque, comme ayant 4 en longueur et 3 en largeur, et ainsi de suite à l'infini par l'addition des nombres pairs

$$\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ \cline{1-2} 1 & 1 & 1 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \cline{1-3} 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

A leur tour, les impairs ajoutés ensemble donnent les nombres carrés. Or, les impairs successifs sont 1, 3, 5, 7, 9, 11. En les additionnant d'une manière continue, on obtient les ἀριθμούς. οἷον τὸ ἓν πρῶτον τετράγωνον· ἔστι γὰρ ἅπαξ ἓν ἕν. εἶτα περισσὸς ὁ γ´· τοῦτον ἂν προσθῇς τὸν γνώμονα τῷ ἑνί, ποιήσεις τετράγωνον ἰσάκις ἴσον· ἔσται γὰρ κατὰ μῆκος β´ καὶ κατὰ πλάτος β´. ἐφεξῆς περισσὸς ὁ ε´· τοῦτον ἂν περιθῇς τὸν γνώμονα τῷ δ´ τετραγώνῳ, γενήσεται πάλιν τετράγωνος ὁ θ´, καὶ κατὰ μῆκος ἔχων γ´ καὶ κατὰ πλάτος γ´. ἐφεξῆς περισσὸς ὁ ζ´. τοῦτον ἂν προσθῇς τῷ θ´, ποιεῖς τὸν ις´, καὶ κατὰ μῆκος δ´ καὶ κατὰ πλάτος δ´. ὁ δὲ αὐτὸς λόγος μέχρις ἀπείρου.

α α	α α α	α α α α
α α	α α α	α α α α
	α α α	α α α α
		α α α α

κατὰ ταὐτὰ δὲ ἂν μὴ μόνον τοὺς ἐφεξῆς ἀρτίους μηδὲ μόνον τοὺς ἐφεξῆς περισσούς, ἀλλὰ καὶ ἀρτίους καὶ περισσοὺς ἀλλήλοις ἐπισυντιθῶμεν, τρίγωνοι ἡμῖν ἀριθμοὶ γενήσονται. ἐκκείσθωσαν γὰρ ἐφεξῆς περισσοὶ καὶ ἄρτιοι, α´ β´ γ´ δ´ ε´ ς´ ζ´ η´ θ´ ι´. γίνονται κατὰ τὴν τούτων σύνθεσιν οἱ τρίγωνοι. πρώτη μὲν ἡ μονάς· αὕτη γάρ, εἰ καὶ μὴ ἐντελεχείᾳ, δυνάμει πάντα ἐστίν, ἀρχὴ πάντων ἀριθμῶν οὖσα. τῆς δὲ ἑξῆς αὐτῇ δυάδος προστεθείσης γίνεται τρίγωνος ὁ γ´· εἶτα πρόσθες γ´, γίνεται ς´· εἶτα πρόσθες δ´, γίνονται ι´· εἶτα πρόσθες ε´, γίνονται ιε´· εἶτα πρόσθες ς´, γίνονται κα´· εἶτα πρόσθες ζ´, γίνονται κη´· εἶτα πρόσθες η´, γίνονται λς´· εἶτα πρόσθες θ´, γίνονται με´· εἶτα πρόσθες ι´, γίνονται νε´· καὶ μέχρις ἀπείρου ὁ αὐτὸς λόγος. δῆλον δὲ ὅτι τρίγωνοι οὗτοι οἱ ἀριθμοὶ κατὰ τὸν σχηματισμόν, τοῖς πρώτοις ἀριθμοῖς τοῦ ἐφεξῆς γνώμονος προστιθεμένου· καὶ εἶεν ἂν οἱ ἐκ τῆς ἐπισυνθέσεως ἀπογεννώμενοι τρίγωνοι οἵδε·

γ´ ς´ ι´ ιε´ κα´ κη´ λς´ με´ νε´.

καὶ οὕτως ἐπὶ τῶν ἑξῆς [τῶν με´ καὶ νε´].

nombres carrés. Ainsi l'unité est le premier nombre carré, car $1 \times 1 = 1$. Vient ensuite le nombre impair 3. Si on ajoute ce gnomon à l'unité *, on obtient un carré également égal, car il a 2 tant en longueur qu'en largeur. L'impair qui vient ensuite est 5. Si on ajoute ce gnomon au carré 4, on obtient un nouveau carré 9, qui a 3 en longueur comme en largeur. Vient ensuite l'impair 7 qui, ajouté au carré 9, donne le carré 16, dont la longueur et la largeur valent 4, et ainsi de suite à l'infini.

$$\begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ \cline{1-1} 1 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ \cline{1-2} 1 & 1 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \cline{1-3} 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

De même, en additionnant non plus seulement les pairs seuls ou les impairs seuls, mais les pairs et les impairs, nous obtiendrons les nombres triangulaires. La suite des pairs et des impairs est 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10; c'est en les additionnant que nous formerons les nombres triangulaires. Le premier est l'unité, car si elle n'est pas tel en acte, elle est tout en puissance, étant le principe de tous les nombres. Si on lui ajoute le nombre 2, on a le nombre triangulaire 3. Si à ce nombre on ajoute 3, on obtient 6, et, en ajoutant 4 à celui-ci, on a 10. Si à ce dernier on ajoute 5, la somme est 15. Ajoutez 6, vous aurez 21. Ajoutez 7 à ce dernier, vous aurez 28 qui, augmenté de 8, deviendra 36. Et celui-ci augmenté de 9 deviendra 45. Ajoutez 10, vous aurez 55. Et ainsi de suite à l'infini. Or, il est évident que ces nombres sont triangulaires, d'après la figure obtenue en ajoutant aux premiers nombres les gnomons successifs *. Les nombres triangulaires obtenus par addition seront donc

3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55.

et ainsi de suite.

3 Les *gnomons* sont ici les nombres impairs successifs. Voy. la définition générale du *gnomon*, I, XXIII. — 25 Les *gnomons* sont dans ce cas la suite naturelle des nombres.

α΄
α

γ΄
α
α α

ϛ΄
α
α α
α α α

ι΄
α
α α
α α α
α α α α

ιε΄
α
α α
α α α
α α α α
α α α α α

κα΄
α
α α
α α α
α α α α
α α α α α
α α α α α α

κη΄
α
α α
α α α
α α α α
α α α α α
α α α α α α
α α α α α α α

λϛ΄
α
α α
α α α
α α α α
α α α α α
α α α α α α
α α α α α α α
α α α α α α α α

κ. οἱ δὲ τετράγωνοι γεννῶνται μέν, ὡς προείρηται, ἐκ τῶν ἐφεξῆς ἀπὸ μονάδος περιττῶν ἀλλήλοις ἐπισυντιθεμένων· συμβέβηκε δὲ αὐτοῖς ὥστε ἐναλλὰξ παρ᾽ ἕνα ἀρτίοις εἶναι καὶ περιττοῖς, ὥσπερ ὁ πᾶς ἀριθμὸς παρ᾽ ἕνα ἄρτιός ἐστιν ἢ περιττός· οἷον

α΄ δ΄ θ΄ ιϛ΄ κε΄ λϛ΄ μθ΄ ξδ΄ πα΄ ρ΄.

τῇ δὲ ἀπὸ μονάδος κατὰ τὸ ἑξῆς ἐκθέσει τῶν ἀρτίων τε καὶ περιττῶν ἀριθμῶν συμβέβηκε, τοὺς γνώμονας τοὺς δυάδι ἀλλήλων ὑπερέχοντας ἐν τῇ συνθέσει τετραγώνους ἀποτελεῖν, ὡς ἐπάνω ἀποδέδεικται· ὑπερέχουσι γὰρ δυάδι ἀλλήλων ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι <οἱ> περιττοί, ὁμοίως δὲ οἱ τριάδι ἀλλήλων ὑπερέχοντες ἐν τῇ συνθέσει ἀπὸ μονάδος πενταγώνους ἀποτελοῦσιν, ἑξαγώνους δὲ οἱ τετράδι, αἰεί τε ἡ ὑπεροχὴ τῶν γνωμόνων ἐξ ὧν ἀποτελοῦνται οἱ πολύγωνοι δυάδι λείπεται τοῦ πλήθους τῶν ἀποτελουμένων γωνιῶν.

ἑτέρα δὲ πάλιν ἐστὶ τάξις ἐν τοῖς πολυγώνοις τῶν ἀπὸ μονάδος πολλαπλασίων ἀριθμῶν. τῶν γὰρ ἀπὸ μονάδος πολλαπλασίων, λέγω δὲ διπλασίων τριπλασίων καὶ τῶν ἑξῆς, οἱ μὲν

```
1     3      6        10          15              21
1     1      1         1           1               1
     1 1    1 1       1 1         1 1             1 1
           1 1 1     1 1 1       1 1 1           1 1 1
                    1 1 1 1     1 1 1 1         1 1 1 1
                               1 1 1 1 1       1 1 1 1 1
                                              1 1 1 1 1 1

            28                    36
             1                     1
            1 1                   1 1
           1 1 1                 1 1 1
          1 1 1 1               1 1 1 1
         1 1 1 1 1             1 1 1 1 1
        1 1 1 1 1 1           1 1 1 1 1 1
       1 1 1 1 1 1 1         1 1 1 1 1 1 1
                            1 1 1 1 1 1 1 1      etc.
```

XX. Les carrés sont produits, comme nous l'avons dit, par l'addition des impairs successifs, en commençant par l'unité. Ils ont cela de particulier, qu'ils sont alternativement pairs et impairs, tout comme les nombres simples sont alternativement pairs et impairs, c'est ce qu'on peut voir dans la série

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

Si maintenant on dispose les nombres pairs et impairs par ordre, en commençant par l'unité, on verra que les gnomons qui se surpassent de 2 étant additionnés ensemble, forment les carrés, comme nous l'avons montré ci-dessus : les impairs, en commençant par l'unité, se surpassent en effet de 2 les uns les autres. De même, les nombres qui se surpassent de 3 étant additionnés, toujours en commençant par l'unité, forment les pentagones. Ceux qui se surpassent de 4 donnent les exagones; en sorte que la raison des gnomons, qui donnent un polygone, est toujours moindre de 2 unités que le nombre des angles de la figure.

Il y a un autre ordre de nombres polygones, donné par les nombres multiples à partir de l'unité. En effet, parmi les nombres multiples à partir de l'unité, comme les doubles, ἕνα παρ' ἕνα διαλείποντες ἀριθμοὶ τετράγωνοι πάντες εἰσίν, οἱ δὲ δύο διαλείποντες κύβοι πάντες, οἱ δὲ πέντε διαλείποντες κύβοι ἅμα καὶ τετράγωνοί εἰσι καὶ τὰς μὲν πλευρὰς ἔχουσι τετραγώνους ἀριθμοὺς κύβοι ὄντες, τετράγωνοι δὲ ὄντες ἀριθμοὶ κυβικὰς ἔχουσι τὰς πλευράς. ὅτι δὲ τῶν πολλαπλασίων ἀριθμῶν οἱ μὲν παρ' ἕνα ἀπὸ μονάδος τετράγωνοί εἰσιν, οἱ δὲ παρὰ β' κύβοι, οἱ δὲ παρὰ ε' κύβοι ἅμα καὶ τετράγωνοί εἰσι, δῆλον οὕτως. ἐν μὲν τοῖς διπλασίοις, κειμένων πλειόνων ἀριθμῶν οἷον

α' β' δ' η' ις' λβ' ξδ' ρκη' σνς'.

πρῶτος διπλάσιος ὁ β' · εἶτα ὁ δ', ὅς ἐστι τετράγωνος · εἶτα ὁ η', ὅς ἐστι κύβος · εἶτα ις', ὅς ἐστι τετράγωνος · εἶτα ὁ λβ' · μεθ' ὃν ὁ ξδ', ὅς ἐστι τετράγωνος ἅμα καὶ κύβος · εἶτα ρκη' · μεθ' ὃν σνς' ὅς ἐστι τετράγωνος · καὶ μέχρις ἀπείρου ὁ αὐτὸς λόγος.

καὶ ἐν τῷ τριπλασίῳ εὑρεθήσονται οἱ παρ' ἕνα τετράγωνοι, καὶ ἐν τῷ πενταπλασίῳ, καὶ κατὰ τοὺς ἑξῆς πολλαπλασίους. ὁμοίως δὲ εὑρεθήσονται καὶ οἱ δύο διαλείποντες ἐν τοῖς πολλαπλασίοις κύβοι πάντες, καὶ οἱ ε' διαλείποντες κύβοι ἅμα καὶ τετράγωνοι.

ἰδίως δὲ τοῖς τετραγώνοις συμβέβηκεν ἤτοι τρίτον ἔχειν ἢ μονάδος ἀφαιρεθείσης τρίτον ἔχειν πάντως, ἢ πάλιν τέταρτον ἔχειν ἢ μονάδος ἀφαιρεθείσης τέταρτον ἔχειν πάντως ·

καὶ τὸν μὲν <ἄρτιον> μονάδος ἀφαιρεθείσης τρίτον ἔχοντα ἔχειν καὶ τέταρτον πάντως, ὡς ὁ δ', τὸν δὲ μονάδος ἀφαιρεθείσης τέταρτον ἔχοντα ἔχειν τρίτον πάντως, ὡς ὁ θ', ἢ τὸν αὐτὸν πάλιν καὶ τρίτον ἔχειν καὶ τέταρτον, ὡς ὁ λς', ἢ μηδέτερον τούτων ἔχοντα τοῦτον μονάδος ἀφαιρεθείσης τρίτον ἔχειν

10 α' β' δ'.... σνς' de Gelder] α' β' γ' δ' ε' ς' ζ' η' θ' ι' ια'.... κε' Hiller. — 23 <ἄρτιον> conj. J D.

les triples et ainsi de suite, les termes sont carrés de deux en deux, et cubiques de trois en trois. De plus, ceux qui se suivent de 6 en 6 sont à la fois carrés et cubiques ; comme cubiques, leurs côtés sont des nombres carrés, et comme carrés, leurs côtés sont des nombres cubiques. Voici comment nous montrons que les nombres multiples, commençant par l'unité, sont carrés de deux en deux, cubiques de trois en trois, et à la fois carrés et cubiques de six en six. Disposons plusieurs nombres en progression double

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256.

Le premier double est 2. Vient ensuite 4 qui est carré, puis 8 qui est cubique, puis de nouveau 16 qui est carré. Celui-ci est suivi de 32, après lequel vient 64, tout à la fois carré et cubique. On a ensuite 128 suivi de 256 qui est carré ; et l'on pourrait continuer de même jusqu'à l'infini.

Dans la progression triple on trouvera pareillement les carrés alternes. De même dans la progression quintuple et dans les autres progressions multiples. Si on omet alternativement deux termes, on trouvera que les termes restants sont des cubes ; et si on en omet cinq, on trouvera que ceux qui restent sont à la fois carrés et cubiques *.

Les carrés ont cette propriété d'être exactement divisibles par 3, ou de le devenir étant diminués d'une unité. Ils sont aussi exactement divisibles par 4, ou le deviennent après la soustraction d'une unité.

Le carré (pair), qui devient divisible par 3 après avoir été diminué d'une unité, est divisible par 4, ce qui est le cas de 4. Le carré, qui devient divisible par 4 après avoir été dimi-

21 La notation de l'exposant rend évidentes toutes ces vérités. Soit la progression $1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9, 2^{10}, 2^{11}, 2^{12},\ldots$ les termes $2^2, 2^4, 2^6,\ldots$ pris de deux en deux, sont des carrés, puisque les exposants sont pairs; les termes $2^3, 2^6, 2^9,\ldots$ pris de trois en trois, sont cubiques, puisque l'exposant est un multiple de 3; et les termes $2^6, 2^{12},\ldots$ pris de six en six, sont à la fois carrés et cubiques. Comme carrés, leurs racines $2^3, 2^6,\ldots$ sont des cubes, et comme cubiques, leurs racines $2^2, 2^4,\ldots$ sont des carrés.

πάντως, ἢ μήτε τρίτον μήτε τέταρτον ἔχοντα μονάδος ἀφαιρεθείσης καὶ τρίτον ἔχειν καὶ τέταρτον, ὡς ὁ κε΄.

κα. ἔτι τῶν ἀριθμῶν οἱ μὲν ἰσάκις ἴσοι τετράγωνοί εἰσιν, οἱ δὲ ἀνισάκις ἄνισοι ἑτερομήκεις καὶ προμήκεις, καὶ ἁπλῶς οἱ διχῶς πολλαπλασιαζόμενοι ἐπίπεδοι, οἱ δὲ τριχῶς στερεοί. λέγονται δὲ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ καὶ τρίγωνοι καὶ τετράγωνοι καὶ στερεοὶ καὶ τἆλλα οὐ κυρίως ἀλλὰ καθ' ὁμοιότητα τῶν χωρίων ἃ καταμετροῦσιν · ὁ γὰρ δ΄, ἐπεὶ τετράγωνον χωρίον καταμετρεῖ, ἀπ' αὐτοῦ καλεῖται τετράγωνος, καὶ ὁ ϛ΄ διὰ τὰ αὐτὰ ἑτερομήκης.

κβ. ὅμοιοι δ' εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν μὲν ἐπιπέδοις τετράγωνοι οἱ πάντες πᾶσιν, ἑτερομήκεις δὲ ὅσων αἱ πλευραί, τουτέστιν οἱ περιέχοντες αὐτοὺς ἀριθμοί, ἀνάλογόν εἰσιν. οἷον ἑτερομήκη ἦν τὰ ϛ΄ · πλευραὶ δὲ αὐτοῦ μῆκος γ΄, πλάτος β΄ · ἕτερος πάλιν ἐπίπεδος ὁ κδ΄ · πλευραὶ δὲ αὐτοῦ μῆκος μὲν ϛ΄, πλάτος δὲ δ΄. καὶ ἔστιν ὡς τὸ μῆκος πρὸς τὸ μῆκος, οὕτως τὸ πλάτος πρὸς τὸ πλάτος · ὡς γὰρ ϛ΄ πρὸς γ΄, οὕτως δ΄ πρὸς β΄. ὅμοιοι οὖν ἀριθμοὶ ἐπίπεδοι ὅ τε ϛ΄ καὶ ὁ κδ΄. σχηματίζονται δὲ οἱ αὐτοὶ ἀριθμοὶ ὁτὲ μὲν εἰς πλευρὰς ὡς μήκη καὶ πρὸς ἑτέρων σύστασιν λαμβανόμενοι, ὁτὲ δὲ εἰς ἐπιπέδους, ὅταν ἐκ πολλαπλασιασμοῦ δύο ἀριθμῶν γεννηθῶσιν, ὁτὲ δὲ εἰς στερεούς, ὅταν ἐκ πολλαπλασιασμοῦ τριῶν ληφθῶσιν ἀριθμῶν.

11 Titre : Περὶ ὁμοίων ἀριθμῶν (des nombres semblables). — 12 ἑτερομήκεις] προμήκεις conj. J D. Un nombre promèque peut être semblable à un hétéromèque, mais deux hétéromèques, c'est-à-dire deux produits tels que $a\,(a+1)$ et $b\,(b+1)$ ne peuvent pas être semblables.

nué d'une unité, est divisible par 3, ce qui est le cas de 9 *. Un carré peut être à la fois divisible par 3 et par 4, comme 36. Enfin, le carré qui n'est divisible ni par 3 ni par 4, comme 25, admet ces deux diviseurs après la soustraction d'une unité *.

XXI. Parmi les nombres, les uns également égaux sont carrés, les autres inégalement inégaux sont hétéromèques ou promèques. Et, pour tout dire, les produits de deux facteurs sont plans et ceux de trois facteurs sont solides. On leur donne les noms de nombres plans triangulaires ou carrés, ou de nombres solides, et d'autres noms semblables, non au sens propre, mais par comparaison avec les espaces qu'ils semblent mesurer. Ainsi 4 est appelé nombre carré, parce qu'il mesure un espace carré ; et c'est pour une raison fondée sur une analogie semblable que 6 est appelé hétéromèque.

XXII. Parmi les nombres plans, les carrés sont tous semblables entre eux. Parmi les nombres plans qui ont les côtés inégaux, ceux-là sont semblables, dont les côtés, c'est-à-dire les nombres qui les comprennent, sont entre eux dans le même rapport. Prenons l'hétéromèque 6 dont les côtés, longueur et largeur, sont 3 et 2, et un autre nombre plan 24 dont les côtés, longueur et largeur, sont 6 et 4. La longueur de l'un est à la longueur de l'autre comme la largeur de l'un est à la largeur de l'autre, car on a $6 : 3 = 4 : 2$. Donc les nombres plans 6 et 24 sont semblables. Tantôt les mêmes nombres représentent des longueurs, quand ils sont pris, comme côtés, pour la formation d'autres nombres ; tantôt ils représentent des nombres plans, quand on les considère comme produits par la multiplication de deux nombres ; tantôt enfin ils représentent des solides, quand ils sont produits par la multiplication de trois nombres.

1 Ou bien, c'est le carré diminué d'une unité qui est aussi divisible par 3, tels sont les carrés 25 et 49. — 5 Voyez la note IV.

ἐν δὲ τοῖς στερεοῖς πάλιν οἱ μὲν κύβοι πάντες πᾶσίν εἰσιν ὅμοιοι, τῶν δὲ ἄλλων οἱ τὰς πλευρὰς ἔχοντες ἀνάλογον · ὡς ἡ τοῦ μήκους πρὸς τὴν τοῦ μήκους, οὕτως ἡ τοῦ πλάτους πρὸς τὴν τοῦ πλάτους καὶ <ἡ> τοῦ ὕψους πρὸς τὴν τοῦ ὕψους.

κγ. τῶν δὲ ἐπιπέδων καὶ πολυγώνων ἀριθμῶν πρῶτος ὁ τρίγωνος, ὡς καὶ τῶν ἐπιπέδων εὐθυγράμμων σχημάτων πρῶτόν ἐστι τὸ τρίγωνον. πῶς δὲ γεννῶνται προείρηται, ὅτι τῷ πρώτῳ ἀριθμῷ τοῦ ἑξῆς ἀρτίου καὶ περιττοῦ προστιθεμένου. πάντες δὲ οἱ ἐφεξῆς ἀριθμοί, ἀπογεννῶντες τριγώνους ἢ τετραγώνους ἢ πολυγώνους, γνώμονες καλοῦνται. τοσούτων δὲ μονάδων ἕκαστον τρίγωνον ἔχει πλευρὰς πάντως, ὅσων καὶ μόνος ἐστὶν ὁ προσλαμβανόμενος γνώμων. οἷον ἔστω πρῶτον ἡ μονάς, λεγομένη τρίγωνον οὐ κατ' ἐντελέχειαν, ὡς προειρήκαμεν, ἀλλὰ κατὰ δύναμιν · ἐπεὶ γὰρ αὕτη οἷον σπέρμα πάντων ἐστὶν ἀριθμῶν, ἔχει ἐν αὑτῇ καὶ τριγωνοειδῆ δύναμιν.

προσλαμβάνουσα γοῦν τὴν δυάδα ἀποτελεῖ τρίγωνον, ἔχον πλευρὰς τοσούτων μονάδων, ὅσων ἐστὶν ὁ προσληφθεὶς γνώμων τῆς δυάδος. τὸ δὲ ὅλον τρίγωνον τοσούτων ἐστὶ μονάδων, ὅσων καὶ οἱ συντεθέντες γνώμονες. ὅ τε γὰρ τοῦ ἑνὸς καὶ <ὁ> τῶν δυεῖν γνώμων τὰ γ΄ ἐποιήσαν, ὥστε καὶ τὸ τρίγωνον ἔσται μὲν τριῶν μονάδων, ἕξει δ' ἑκάστην πλευρὰν τῶν δυεῖν, ὅσοι καὶ οἱ γνώμονες συνετέθησαν.

εἶτα τὸ γ΄ τρίγωνον προσλαμβάνει τὸν τῶν γ΄ γνώμονα, ὃς μονάδι ὑπερέχει τῆς δυάδος, καὶ γίνεται τὸ μὲν ὅλον τρίγωνον ϛ΄ · πλευρὰς δ' ἕξει τοσούτων μονάδων καὶ τοῦτο τὸ τρίγωνον, ὅσοι γνώμονες συντέθειντai · ἐκ γὰρ τοῦ ἑνὸς καὶ β΄ καὶ γ΄ συνετέθη ὁ ϛ΄.

Tous les cubes sont semblables, ainsi que les autres solides (parallélipipèdes rectangles) qui ont les côtés proportionnels, en sorte qu'il y ait le même rapport entre la longueur de l'un et la longueur de l'autre, la largeur de l'un et la largeur de l'autre, et enfin la hauteur de l'un et la hauteur de l'autre.

XXIII. De tous les nombres plans et polygones, le premier est le nombre triangulaire, comme parmi les figures rectilignes planes la première est le triangle. Nous avons exposé précédemment * la génération des triangulaires, et nous avons vu qu'elle consiste à ajouter au nombre 1 la suite naturelle des nombres pairs et des nombres impairs. Or, tous les nombres successifs qui servent à former les triangulaires, les quadrangulaires et les nombres polygones quelconques, sont appelés *gnomons;* et les côtés d'un triangle quelconque ont toujours autant d'unités qu'en contient le dernier gnomon ajouté. Prenons d'abord l'unité, qui n'est pas un triangle en acte, comme nous l'avons déjà dit, mais en puissance; car étant comme la semence de tous les nombres, l'unité possède aussi la faculté d'engendrer le triangle.

Quand elle s'adjoint le nombre 2, elle donne naissance au triangle dont les trois côtés contiennent autant d'unités qu'en a le gnomon ajouté 2, et tout le triangle contient autant d'unités qu'en contiennent les gnomons ajoutés ensemble. Car la somme du gnomon 1 et du gnomon 2 égale 3, en sorte que tout le triangle se compose de trois unités et qu'il y a deux unités à chacun de ses côtés, c'est-à-dire autant d'unités qu'il y a de gnomons ajoutés ensemble.

Le triangle 3 s'adjoint ensuite le gnomon 3, qui surpasse le nombre 2 d'une unité, et le triangle entier devient 6. Ses côtés ont chacun autant d'unités qu'il y a de gnomons ajoutés, et le triangle vaut autant d'unités que les gnomons ajoutés en contiennent, car en ajoutant à l'unité 2 et 3, on a le nombre 6.

9 Voy. I, xix.

εἶτα ὁ ς´ προσλαμβάνει τὸν δ´ · γίνεται τὸ τοῦ ι´ τρίγωνον, ἑκάστην πλευρὰν ἔχον δ´ μονάδων · ὁ γὰρ προσληφθεὶς γνώμων ἦν ὁ δ´, καὶ ἐκ δ´ δὲ γνωμόνων ἦν τὸ ὅλον, τοῦ τε ἑνὸς καὶ β´ καὶ γ´ καὶ δ´. ἔτι ὁ ι´ προσλαμβάνει τὸν ε´, καὶ γίνεται < τὸ τοῦ ιε´ > τρίγωνον, πλευρὰν ἔχον ἑκάστην μονάδων ε´, καὶ ἐκ τῶν ε´ γνωμόνων συνέστη. ὁμοίως καὶ οἱ ἑξῆς γνώμονες τοὺς γνωμονικοὺς ἀριθμοὺς ἀποτελοῦσι.

κδ. λέγονται δέ τινες καὶ κυκλοειδεῖς καὶ σφαιροειδεῖς καὶ ἀποκαταστατικοὶ ἀριθμοί · οὗτοι δ' εἰσὶν οἵτινες ἐν τῷ πολλαπλασιάζεσθαι ἢ ἐπιπέδως ἢ στερεῶς, τουτέστι κατὰ δύο διαστάσεις ἢ κατὰ τρεῖς, ἀφ' οὗ ἂν ἄρξωνται ἀριθμοῦ ἐπὶ τοῦτον ἀποκαθιστάμενοι. τοιοῦτον δέ ἐστι καὶ ὁ κύκλος · ἀφ' οὗ ἂν ἄρξηται σημείου, ἐπὶ τοῦτο ἀποκαθίσταται · ὑπὸ γὰρ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενος ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἄρχεται καὶ εἰς ταὐτὸ καταλήγει. τοιαύτη δὲ καὶ ἐν στερεῷ ἡ σφαῖρα · κύκλου γὰρ κατὰ πλευρὰν περιαγομένου ἡ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἐπὶ τὸ αὐτὸ ἀποκατάστασις σφαῖραν γράφει. καὶ ἀριθμοὶ δὴ οἱ ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ ἐφ' ἑαυτοὺς καταλήγοντες κυκλικοί τε καλοῦνται καὶ σφαιροειδεῖς · ὧν εἰσιν ὅ τε ε´ καὶ ὁ ς´ · πεντάκις γὰρ ε´ κε´, πεντάκις κε´ ρκε´, ἑξάκις ς´ λς´, καὶ ἑξάκις λς´ σις´.

κε. τῶν δὲ τετραγώνων ἡ μὲν γένεσις, ὡς εἶπον, ἐκ τῶν περισσῶν ἀλλήλοις ἐπισυντιθεμένων, τουτέστι τῶν ἀπὸ μονάδος δυάδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων · ἓν γὰρ καὶ γ´ δ´, καὶ δ´ καὶ ε´ θ´, καὶ θ´ καὶ ζ´ ις´, καὶ ις´ καὶ θ´ κε´.

α´	δ´	θ´	ις´	κε´
α	α α	α α α	α α α α	α α α α α
	α α	α α α	α α α α	α α α α α
		α α α	α α α α	α α α α α
			α α α α	α α α α α
				α α α α α

6 ἑξῆς] ἓξ Hiller. — 7 γνωμονικοὺς] τριγώνους ou τριγωνικούς conj. J D. — 8 Titre : Περὶ κυκλοειδῶν καὶ σφαιροειδῶν καὶ ἀποκαταστατικῶν ἀριθμῶν (des nombres circulaires, sphériques ou récurrents). — 21 Titre : Περὶ τετραγώνων ἀριθμῶν (des nombres carrés).

Le nombre 6 augmenté du gnomon 4 donne le triangle de 10 unités dont les côtés ont chacun 4 unités. En effet, le gnomon qu'on vient d'ajouter est 4 et tout le triangle se compose des unités des 4 gnomons, savoir $1+2+3+4$. Le nombre 10 étant augmenté du gnomon 5 on a le triangle 15 dont chaque côté a 5 unités, étant composé de 5 gnomons, et c'est de la même manière que les gnomons suivants forment les nombres triangulaires correspondants.

XXIV. Quelques nombres sont appelés circulaires, sphériques ou récurrents. Ce sont ceux qui multipliés carrément ou cubiquement, c'est-à-dire selon deux ou selon trois dimensions, reviennent au nombre qui a été leur point de départ. Tel est aussi le cercle qui revient au point où il a commencé, car il consiste en une seule ligne et il commence et se termine au même point. Parmi les solides, la sphère a la même propriété, car elle est décrite par la révolution d'un cercle autour d'un diamètre, le cercle revenant à la position d'où il est parti. De même les nombres qui par la multiplication finissent par eux-mêmes, sont appelés circulaires ou sphériques. Ces nombres sont 5 et 6. En effet $5\times5=25$; $25\times5=125$; $6\times6=36$; et $36\times6=216$.

XXV. Ainsi que nous l'avons dit *, les nombres carrés s'engendrent par l'addition des impairs, c'est-à-dire de ceux qui, en partant de l'unité, se surpassent de 2 les uns les autres. C'est ainsi que $1+3=4$; $4+5=9$; $9+7=16$; $16+9=25$.

1	4	9	16	25
1	1 | 1	1 1 | 1	1 1 1 | 1	1 1 1 1 | 1
	1 1	1 1 | 1	1 1 1 | 1	1 1 1 1 | 1
		1 1 1	1 1 1 | 1	1 1 1 1 | 1
			1 1 1 1	1 1 1 1 | 1
				1 1 1 1 1

22 Voy. I, XIX.

κς. πεντάγωνοι δέ εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ ἐκ τῶν ἀπὸ μονάδος κατὰ τὸ ἑξῆς τριάδι <ἀλλήλων> ὑπερεχόντων συντιθέμενοι. ὧν εἰσιν οἱ μὲν γνώμονες α΄ δ΄ ζ΄ ι΄ ιγ΄ ις΄ ιθ΄ · αὐτοὶ δὲ οἱ πεντάγωνοι α΄ ε΄ ιβ΄ κβ΄ λε΄ να΄ καὶ ἑξῆς ὁμοίως. σχηματίζονται δὲ πενταγωνικῶς οὕτως ·

α΄	ε΄	ιβ΄	κβ΄	λε΄
α	α	α	α	α
	α α	α α	α α	α α
	α α	α α α	α α α	α α α
		α α α	α α α α	α α α α
		α α α	α α α α	α α α α α
			α α α α	α α α α α
			α α α α	α α α α α
				α α α α α
				α α α α α

κζ. ἑξάγωνοι δέ εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ ἐκ τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς ἀπὸ μονάδος τετράδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων συντιθέμενοι · ὧν οἱ γνώμονές εἰσιν α΄ ε΄ θ΄ ιγ΄ ιζ΄ κα΄ κε΄ · οἱ δὲ ἐκ τούτων ἑξάγωνοι οἵδε · α΄ ς΄ ιε΄ κη΄ με΄ ξς΄ ϙα΄ · σχηματίζονται δὲ οὕτως ·

α΄	ς΄	ιε΄	κη΄	με΄
α	α	α	α	α
	α α	α α	α α	α α
	α α	α α α	α α α	α α α
	α	α α α	α α α α	α α α α
		α α α	α α α α	α α α α α
		α α	α α α α	α α α α α
		α	α α α α	α α α α α
			α α α	α α α α α
			α α	α α α α α
			α	α α α α
				α α α
				α α
				α

1 Titre : Περὶ πενταγώνων ἀριθμῶν (des nombres pentagones). — 7 Titre : Περὶ ἑξαγώνων ἀριθμῶν (des nombres hexagones).

XXVI. — Les nombres pentagones sont ceux qui se forment par l'addition des nombres se surpassant de 3 les uns les autres, à partir de l'unité. Leurs gnomons sont donc

1, 4, 7, 10, 13, 16, 19

et les polygones eux-mêmes sont

1, 5, 12, 22, 35, 51, 70

et ainsi de suite. Voici la figure des nombres pentagones :

1	5	12	22	35
1	1	1	1	1
	1 1	1 1	1 1	1 1
	1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1
		1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1
		1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
			1 1 1 1	1 1 1 1 1
			1 1 1 1	1 1 1 1 1
				1 1 1 1 1
				1 1 1 1 1 etc.

XXVII. Les nombres hexagones sont ceux qui se forment par l'addition de nombres se surpassant de 4 les uns les autres, à partir de l'unité. Les gnomons sont

1, 5, 9, 13, 17, 21, 25

d'où résultent les hexagones

1, 6, 15, 28, 45, 66, 91

Voici leur figure :

1	6	15	28	45
1	1	1	1	1
	1 1	1 1	1 1	1 1
	1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1
	1	1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1
		1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
		1 1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
		1	1 1 1 1	1 1 1 1 1
			1 1 1	1 1 1 1 1
			1 1	1 1 1 1 1
			1	1 1 1 1
				1 1 1
				1 1
				1 etc.

ὁμοία δὲ ἡ σύνθεσις καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν πολυγώνων.

ἑπτάγωνοι δέ εἰσιν οἱ ἀπὸ μονάδος πεντάδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων συνιστάμενοι · ὧν γνώμονες μὲν α΄ ς΄ ια΄ ις΄ κα΄ κς΄ · οἱ δὲ ἐκ τούτων συντιθέμενοι α΄ ζ΄ ιη΄ λδ΄ νε΄ πα΄. ὁμοίως δὲ καὶ ὀκτάγωνοι <οἱ> ἀπὸ μονάδος ἑξάδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων συντιθέμενοι, ἐννεάγωνοι δὲ οἱ ἀπὸ μονάδος ἑβδομάδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων συνιστάμενοι, δεκάγωνοι δὲ οἱ ἀπὸ μονάδος ὀγδοάδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων συντιθέμενοι. ἐπὶ πάντων δὲ τῶν πολυγώνων καθόλου ὁσάγωνος ἂν λέγηται ἀριθμός, δυεῖν δεούσαιν μονάδων τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀριθμῶν λαμβάνεται, ἐξ ὧν οἱ πολύγωνοι συντίθενται.

κη. ἐκ δύο τριγώνων ἀποτελεῖται τετράγωνων · α΄ καὶ γ΄ δ΄, γ΄ καὶ ς΄ θ΄, ς΄ καὶ ι΄ ις΄, ι΄ καὶ ιε΄ κε΄, ιε΄ καὶ κα΄ λς΄, κα΄ καὶ κη΄ μθ΄, κη΄ καὶ λς΄ ξδ΄, λς΄ καὶ με΄ πα΄, καὶ οἱ ἑξῆς ὁμοίως συνδυαζόμενοι τρίγωνοι τετραγώνους ἀποτελοῦσιν, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν γραμμικῶν τριγώνων σύνθεσις τετράγωνον σχῆμα ποιεῖ.

κθ. ἔτι τῶν στερεῶν ἀριθμῶν οἱ μὲν ἴσας πλευρὰς ἔχουσιν, [ὡς ἀριθμοὺς τρεῖς ἴσους ἐπὶ ἴσους πολλαπλασιάζεσθαι,] οἱ δὲ ἀνίσους. τούτων δ' οἱ μὲν πάσας ἀνίσους ἔχουσιν, οἱ δὲ τὰς δύο ἴσας καὶ τὴν μίαν ἥττονα. πάλιν τε τῶν τὰς δύο ἴσας ἐχόντων οἱ μὲν μείζονα τὴν τρίτην ἔχουσιν, οἱ δὲ ἐλάττονα.

12 Titre : Ὅτι ἐκ δύο τριγώνων τὸ τετράγωνων (que deux nombres triangulaires successifs forment un carré). — 17 Titre : Περὶ στερεῶν ἀριθμῶν (des nombres solides). — 20 ἥττονα] ἄνισον conj. Hiller.

Les autres nombres polygones se composent de la même manière. Les heptagones sont ceux qui se forment par l'addition de nombres se surpassant les uns les autres de 5, à partir de l'unité. Les gnomons sont

1, 6, 11, 16, 21, 26

d'où résultent les heptagones

1, 7, 18, 34, 55, 81.

Les octogones sont pareillement composés de nombres qui se surpassent de 6 à partir de l'unité, les ennéagones, de nombres se surpassant de 7, à partir de l'unité, les décagones de nombres se surpassant de 8. Ainsi généralement, dans tous les polygones, en ôtant deux unités du nombre des angles, on aura la quantité dont les nombres servant à former le polygone doivent se surpasser les uns les autres *.

XXVIII. La somme de deux triangles successifs donne un carré. Ainsi, 1 et 3 font 4; 3 et 6 font 9; 6 et 10 font 16; 10 et 15 font 25; 15 et 21 font 36; 21 et 28 font 49; 28 et 36 font 64; 36 et 45 font 81. Les nombres triangulaires qui suivent, combinés ensemble, forment aussi des carrés, de même que la réunion de deux triangles linéraires présente la figure d'un quadrangle *.

XXIX. Parmi les nombres solides, les uns ont leurs côtés égaux [comme quand on multiplie entre eux trois nombres égaux]; les autres ont les côtés inégaux. Parmi ces derniers, les uns ont tous les côtés inégaux; d'autres ont deux côtés égaux et un autre inégal. Parmi ceux qui ont deux côtés égaux, les uns ont le troisième côté plus grand, les autres l'ont plus petit.

14 Voyez la note V. — 21 Un nombre carré n^2 se décompose en deux nombres triangulaires, le n^e et le $(n-1)^e$, on a effet

$$\frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2} = n^2$$

Ainsi le nombre carré 25 se décompose en deux nombres triangulaires, le 5e égal à $1+2+3+4+5$ et le 4e égal à $1+2+3+4$, comme l'indique d'ailleurs la figure :

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

οἱ μὲν οὖν ἴσας ἔχοντες πλευράς, ἰσάκις ἴσοι ἰσάκις ὄντες, κύβοι καλοῦνται· οἱ δὲ πάσας ἀνίσους τὰς πλευράς, ἀνισάκις ἄνισοι ἀνισάκις, βωμίσκοι καλοῦνται· οἱ δὲ δύο μὲν ἴσας, τὴν δὲ τρίτην ἑκατέρας τῶν δυεῖν ἐλάσσονα, ἰσάκις ἴσοι ἐλαττονάκις, πλινθίδες ἐκλήθησαν· οἱ δὲ δύο μὲν ἴσας, τὴν δὲ τρίτην ἑκατέρας τῶν δυεῖν μείζονα, ἰσάκις ἴσοι μειζονάκις, δοκίδες καλοῦνται.

Περὶ πυραμοειδῶν ἀριθμῶν

λ. εἰσὶ δὲ καὶ πυραμοειδεῖς ἀριθμοὶ πυραμίδας καταμετροῦντες καὶ κολουροπυραμίδας. κόλουρος δὲ πυραμίς ἐστιν ἡ τὴν κορυφὴν ἀποτετμημένη. τινὲς δὲ [κόλουρον] τὸ τοιοῦτον τραπέζιον προσηγόρευσαν ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων τραπεζίων· τραπέζιον γὰρ λέγεται, ὅταν τριγώνου ἡ κορυφὴ ὑπὸ παραλλήλου τῇ βάσει εὐθείας ἀποτμηθῇ.

Περὶ πλευρικῶν καὶ διαμετρικῶν ἀριθμῶν

λα. ὥσπερ δὲ τριγωνικοὺς καὶ τετραγωνικοὺς καὶ πενταγωνικοὺς καὶ κατὰ τὰ λοιπὰ σχήματα λόγους ἔχουσι δυνάμει οἱ ἀριθμοί, οὕτως καὶ πλευρικοὺς καὶ διαμετρικοὺς λόγους εὕροιμεν ἂν κατὰ τοὺς σπερματικοὺς λόγους ἐμφανιζομένους τοῖς ἀριθμοῖς. ἐκ γὰρ τούτων ῥυθμίζεται τὰ σχήματα. ὥσπερ οὖν πάντων τῶν σχημάτων κατὰ τὸν ἀνωτάτω καὶ σπερματικὸν λόγον ἡ μονὰς ἄρχει, οὕτως καὶ τῆς διαμέτρου καὶ τῆς πλευρᾶς λόγος ἐν τῇ μονάδι εὑρίσκεται.

οἷον ἐκτίθενται δύο μονάδες, ὧν τὴν μὲν θῶμεν εἶναι διάμετρον, τὴν δὲ πλευράν, ἐπειδὴ τὴν μονάδα, πάντων οὖσαν ἀρχήν, δεῖ δυνάμει καὶ πλευρὰν εἶναι καὶ διάμετρον. καὶ προστίθεται

Ceux qui ont les côtés égaux [étant également égaux également], sont appelés cubes. Ceux au contraire qui ont tous les côtés inégaux, et qui sont inégalement inégaux inégalement, sont appelés *bomisques* (petits autels). Ceux qui ont deux côtés égaux et le troisième plus petit que les deux autres, étant également égaux déficients, ont été appelés *plinthes* ou carreaux. Enfin, ceux qui ont deux côtés égaux et le troisième plus grand que les deux autres, étant également égaux excédants, sont appelés *docides* ou poutrelles.

Des nombres pyramidaux

XXX. Les nombres pyramidaux sont ceux qui mesurent les pyramides et les pyramides tronquées. Or, une pyramide tronquée est (ce qui reste d')une pyramide dont la partie supérieure a été enlevée. Quelques-uns ont donné à une telle figure tronquée le nom de trapèze (solide), par analogie avec les trapèzes plans; car on appelle ainsi (ce qui reste d')un triangle dont une ligne droite parallèle à la base a retranché la partie supérieure. *

Des nombres latéraux et des nombres diagonaux

XXXI. De même que les nombres ont en puissance les rapports des triangulaires, des tétragones, des pentagones et des autres figures, de même nous trouverons que les rapports des nombres latéraux et des nombres diagonaux se manifestent dans les nombres selon des raisons génératrices, car ce sont les nombres qui harmonisent les figures. Donc comme l'unité est le principe de toutes les figures, selon la raison suprême et génératrice, de même aussi le rapport de la diagonale et du côté se trouve dans l'unité.

Supposons par exemple deux unités dont l'une soit la diagonale et l'autre le côté, car il faut que l'unité qui est le prin-

18 Voy. la note VI.

τῇ μὲν πλευρᾷ διάμετρος, τῇ δὲ διαμέτρῳ δύο πλευραί, ἐπειδὴ ὅσον ἡ πλευρὰ δὶς δύναται, ἡ διαμέτρος ἅπαξ. ἐγένετο οὖν μείζων μὲν ἡ διάμετρος, ἐλάττων δὲ ἡ πλευρά. καὶ ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πλευρᾶς τε καὶ διαμέτρου εἴη ἂν τὸ ἀπὸ τῆς μονάδος διαμέτρου τετράγωνον μονάδι μιᾷ ἔλαττον ἢ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς μονάδος πλευρᾶς τετραγώνου · ἐν ἰσότητι γὰρ αἱ μονάδες · τὸ δ' ἓν τοῦ ἑνὸς μονάδι ἔλλατον ἢ διπλάσιον. προσθῶμεν δὴ τῇ μὲν πλευρᾷ διάμετρον, τουτέστι τῇ μονάδι μονάδα · ἔσται ἡ πλευρὰ ἄρα δύο μονάδων · τῇ δὲ διαμέτρῳ προσθῶμεν δύο πλευράς, τουτέστι τῇ μονάδι δύο μονάδας · ἔσται ἡ διάμετρος μονάδων τριῶν · καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς δυάδος πλευρᾶς τετράγωνον δ´, τὸ δ' ἀπὸ τῆς τριάδος διαμέτρου τετράγωνον θ´ · τὸ θ´ ἄρα μονάδι μεῖζον ἢ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς β´ πλευρᾶς.

πάλιν προσθῶμεν τῇ μὲν β´ πλευρᾷ διάμετρον τὴν τριάδα · ἔσται ἡ πλευρὰ ε´ · τῇ δὲ τριάδι διαμέτρῳ β´ πλευράς, τουτέστι δὶς τὰ β´ · ἔσται ζ´ · ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ τῆς <ε´> πλευρᾶς τετράγωνον κε´, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ζ´ <διαμέτρου> μθ´ · μονάδι ἔλασσον ἢ διπλάσιον τοῦ κε´ ἄρα τὸ μθ´. πάλιν ἂν τῇ <ε´> πλευρᾷ προσθῇς τὴν ζ´ διάμετρον, ἔσται ιβ´ · κἂν τῇ ζ´ διαμέτρῳ προσθῇς δὶς τὴν ε´ πλευράν, ἔσται ιζ´ · καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ιβ´ τετραγώνου τὸ ἀπὸ τῆς ιζ´ μονάδι πλέον ἢ διπλάσιον. καὶ κατὰ τὸ ἑξῆς τῆς προσθήκης ὁμοίως γιγνομένης, ἔσται τὸ ἀνάλογον ἐναλλάξ · ποτὲ μὲν μονάδι ἔλαττον, ποτὲ δὲ μονάδι πλέον ἢ διπλάσιον τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς · καὶ ῥηταὶ αἱ τοιαῦται καὶ πλευραὶ καὶ διάμετροι.

αἱ δὲ διάμετροι τῶν πλευρῶν ἐναλλὰξ παρὰ μίαν ποτὲ μὲν μονάδι μείζους ἢ διπλάσιαι δυνάμει, ποτὲ δὲ μονάδι ἐλάττους ἢ διπλάσιαι ὁμαλῶς · πᾶσαι οὖν αἱ διάμετροι πασῶν τῶν πλευρῶν γενήσονται δυνάμει διπλάσιαι, τοῦ ἐναλλὰξ πλείονος καὶ ἐλάττονος τῇ αὐτῇ μονάδι ἐν πάσαις ὁμαλῶς τιθεμένῃ ἰσότητα ποιοῦντος εἰς τὸ μήτε ἐλλείπειν μήτε ὑπερβάλλειν ἐν ἁπάσαις cipe de tout soit en puissance le côté et la diagonale ; ajoutons au côté la diagonale et à la diagonale ajoutons deux côtés, car ce que le côté peut deux fois, la diagonale le peut une fois *. Dès lors la diagonale est devenue plus grande et le côté plus petit. Or, pour le premier côté et la première diagonale, le carré de la diagonale unité sera moindre d'une unité que le double carré du côté unité, car les unités sont en égalité, mais un est moindre d'une unité que le double de l'unité. Ajoutons maintenant la diagonale au côté, c'est-à-dire une unité à l'unité, le côté vaudra alors 2 unités ; mais, si nous ajoutons deux côtés à la diagonale, c'est-à-dire 2 unités à l'unité, la diagonale vaudra 3 unités ; le carré construit sur le côté 2 est 4, et le carré de la diagonale est 9 qui est plus grand d'une unité que le double carré de 2.

De même ajoutons au côté 2 la diagonale 3, le côté deviendra 5. Si à la diagonale 3 nous ajoutons deux côtés, c'est-à-dire 2 fois 2, nous aurons 7 unités. Le carré construit sur le côté 5 est 25, et celui qui est construit sur la diagonale 7 est 49, qui est moindre d'une unité que le double (50) du carré 25. De nouveau, si au côté 5 on ajoute la diagonale 7, on obtient 12 unités ; et si à la diagonale 7 on ajoute 2 fois le côté 5, on aura 17 dont le carré (289) est plus grand d'une unité que le double (288) du carré de 12. Et ainsi de suite en continuant l'addition. La proportion alterne : le carré construit sur la diagonale sera tantôt plus petit, tantôt plus grand, d'une unité, que le double carré construit sur le côté, en sorte que ces diagonales et ces côtés seront toujours exprimables.

Inversement les diagonales comparées aux côtés, en puissance, sont tantôt plus grandes d'une unité que les doubles, tantôt plus petites d'une unité. Toutes les diagonales sont donc, par rapport aux carrés des côtés, doubles alternative-

4 C'est-à-dire que deux fois le carré du côté égale une fois le carré de la diagonale.

τὸ διπλάσιον· τὸ γὰρ τῇ προτέρᾳ διαμέτρῳ λεῖπον δυνάμει τῇ ἐφεξῆς ὑπερβάλλει.

Περὶ τελείων καὶ ὑπερτελείων καὶ ἐλλιπῶν ἀριθμῶν

λβ. ἔτι τε τῶν ἀριθμῶν οἱ μέν τινες τέλειοι λέγονται, οἱ δ' ὑπερτέλειοι, οἱ δ' ἐλλιπεῖς. καὶ τέλειοι μέν εἰσιν οἱ τοῖς αὑτῶν μέρεσιν ἴσοι, ὡς ὁ τῶν ϛ´· μέρη γὰρ αὐτοῦ ἥμισυ γ´, τρίτον β´, ἕκτον α´, ἅτινα συντιθέμενα ποιεῖ τὸν ϛ´.

γεννῶνται δὲ οἱ τέλειοι τοῦτον τὸν τρόπον. ἐὰν ἐκθώμεθα τοὺς ἀπὸ μονάδος διπλασίους καὶ συντιθῶμεν αὐτούς, μέχρις οὗ ἂν γένηται πρῶτος καὶ ἀσύνθετος ἀριθμός, καὶ τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως ἐπὶ τὸν ἔσχατον τῶν συντιθεμένων πολλαπλασιάσωμεν, ὁ ἀπογεννηθεὶς ἔσται τέλειος. οἷον ἐκκείσθωσαν διπλάσιοι α´ β´ δ´ η´ ιϛ´. συνθῶμεν οὖν α´ καὶ β´· γίνεται γ´· καὶ τὸν γ´ ἐπὶ τὸν ὕστερον τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως πολλαπλασιάσωμεν, τουτέστιν ἐπὶ τὸν β´· γίνεται ϛ´, ὅς ἐστι πρῶτος τέλειος. ἂν πάλιν τρεῖς τοὺς ἐφεξῆς διπλασίους συνθῶμεν, α´ παὶ β´ καὶ δ´, ἔσται ζ´· καὶ τοῦτον ἐπὶ τὸν ἔσχατον τῶν τῆς συνθέσεως πολλαπλασιάσωμεν, τὸν ζ´ ἐπὶ τὸν δ´· ἔσται ὁ κη´, ὅς ἐστι δεύτερος τέλειος· σύγκειται ἐκ τοῦ ἡμίσεος τοῦ ιδ´, τετάρτου τοῦ ζ´, ἑβδόμου τοῦ δ´, τεσσαρακαιδεκάτου τοῦ β´, εἰκοστοῦ ὀγδόου τοῦ α´.

ὑπερτέλειοι δέ εἰσιν ὧν τὰ μέρη συντεθέντα μείζονά ἐστι τῶν ὅλων, οἷον ὁ τῶν ιβ´· τούτου γὰρ ἥμισύ ἐστιν ϛ´, τρίτον δ´,

9 συντιθῶμεν] συνθῶμεν conj. Hultsch.

ment par excès et par défaut, la même unité, combinée également avec tous, rétablissant l'égalité, en sorte que le double ne pèche ni par excès, ni par défaut; en effet, ce qui manque dans la diagonale précédente se trouve en excès, en puissance, dans la diagonale qui suit *.

Des nombres parfaits, des nombres abondants et des nombres déficients

XXXII. En outre, parmi les nombres, les uns sont appelés parfaits, d'autres abondants et d'autres déficients. On appelle *parfaits* ceux qui sont égaux à (la somme de) leurs parties aliquotes, comme 6. Les parties de 6 sont, en effet, la moitié 3, le tiers 2, et le sixième 1, qui additionnées ensemble donnent 6.

Voici comment sont engendrés les nombres parfaits : Si nous disposons les nombres en progression double à partir de l'unité, et que nous les additionnions jusqu'à ce que nous obtenions un nombre premier et non composé, et si nous multiplions cette somme par le dernier terme additionné, le produit sera au nombre parfait *. Disposons donc les nombres en progression double 1, 2, 4, 8, 16. Additionnons 1 et 2, la somme est 3; si nous la multiplions par le dernier nombre additionné qui est 2, nous aurons 6 qui est le premier nombre parfait (car $1 + 2 + 3 = 6$). Si nous additionnons maintenant les trois doubles successifs 1, 2, 4, la somme 7, multipliée par le dernier nombre additionné 4, donne 28, qui est le second nombre parfait. Il a, en effet, pour parties aliquotes la moitié qui est 14, le quart qui est 7, le septième qui est 4, le quatorzième qui est 2, et le vingt-huitième qui est 1 (et l'on a $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$).

Le nombre abondant est le nombre dont les parties aliquotes additionnées ensemble font une somme plus grande que le

5 Voy. note VII. — 19 Cf. Euclide, *Éléments*, IX, 36.

τέταρτον γ΄, ἕκτον β΄, δωδέκατον α΄, ἅτινα συντεθέντα γίνεται ις΄, ὅς ἐστι μείζων τοῦ ἐξ ἀρχῆς, τουτέστι τῶν ιβ΄.

ἐλλιπεῖς δέ εἰσιν ὧν τὰ μέρη συντεθέντα ἐλάττονα τὸν ἀριθμὸν ποιεῖ τοῦ ἐξ ἀρχῆς προτεθέντος ἀριθμοῦ, οἷον ὁ τῶν η΄· τούτου γὰρ ἥμισυ δ΄, τετάρτον β΄, ὄγδοον ἕν. τὸ αὐτὸ δὲ καὶ τῷ ι΄ συμβέβηκεν, ὃν καθ' ἕτερον λόγον τέλειον ἔφασαν οἱ Πυθαγορικοί, περὶ οὗ κατὰ τὴν οἰκείαν χώραν ἀποδώσομεν.

λέγεται δὲ καὶ ὁ γ΄ τέλειος, ἐπειδὴ πρῶτος ἀρχὴν καὶ μέσα καὶ πέρας ἔχει· ὁ δ' αὐτὸς καὶ γραμμή ἐστι καὶ ἐπίπεδον, τρίγωνον γὰρ ἰσόπλευρον ἑκάστην πλευρὰν δυεῖν μονάδων ἔχον, καὶ πρῶτος δεσμὸς καὶ στερεοῦ δύναμις· ἐν γὰρ τρισὶ διαστάσεσι τὸ στερεὸν νοεῖσθαι.

nombre proposé. Tel est 12, dont la moitié est 6, le tiers 4, le quart 3, le sixième 2 et le douzième 1. Or, toutes ces parties additionnées ensemble donnent la somme 16 plus grande que le nombre proposé 12.

Le nombre déficient est le nombre dont les parties aliquotes additionnées ensemble donnent une somme moindre que le nombre proposé. Tel est 8 dont la moitié est 4, le quart 2 et le huitième 1. Il en est de même du nombre 10 que les Pythagoriciens appellent cependant parfait pour une autre raison dont nous parlerons en son lieu *.

On dit aussi que le nombre 3 est parfait, parce qu'il est le premier qui ait un commencement, un milieu et une fin; et il est à la fois ligne et surface, c'est, en effet, un nombre triangulaire équilatéral dont tous les côtés valent deux unités. Enfin le nombre 3 est le premier lien et la puissance du solide, car l'idée de solide repose sur les trois dimensions.

10 Voyez la note VIII et l'Epilogue.