



Vorname: .....

Nachname: .....

Matrikel-Nr.: .....

Studiengang: .....

Versuch Nr.: .....

## Klausur Angewandte Informatik

---

Prüfer	Etschberger, Jansen, Wesp
Prüfungsdatum	21. Januar 2020
Prüfungsort	Augsburg
Studiengang	BW, IM

---

Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Punkte:	90

---

Die Klausur umfasst	6 Aufgaben auf 20 Seiten
---------------------	--------------------------

---

Zugelassene Hilfsmittel	Schreibzeug, Taschenrechner, der nicht 70! berechnen kann, ein mit dem Namen versehenes Din-A4 Blatt mit handgeschriebenen Notizen (keine Kopien oder Ausdrucke)
-------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

---

Weitere Regularien:

- ▶ Bitte überprüfen Sie *vor* Bearbeitungsbeginn die Vollständigkeit der Klausurangabe.
  - ▶ Tragen Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein.
  - ▶ Die Heftung der Klausur darf nicht verändert werden.
  - ▶ Bitte tragen Sie die Lösung zu den jeweiligen Aufgaben *nur* direkt im Anschluss an die jeweilige Angabe ein. Sollte der Platz dort nicht ausreichen, verwenden Sie die Ersatzblätter am Ende der Klausurangabe.
  - ▶ Ergebnisse (auch Zwischenergebnisse) müssen mit mind. 4 gültigen Ziffern angegeben werden.
  - ▶ Der Lösungsweg muss klar dokumentiert werden.
  - ▶ Die Klausur ist in ordentlich lesbarer Form zu bearbeiten. Schwer lesbare Teile der Klausur werden als ungültig ersatzlos gestrichen.
  - ▶ Die Klausur unterliegt der für Sie zur Zeit gültigen Prüfungsordnung.
  - ▶ Bitte verwenden Sie *keine rote Farbe* zur Bearbeitung der Klausur.
- 

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte	<input type="text"/>					
maximal	17	13	15	15	15	15

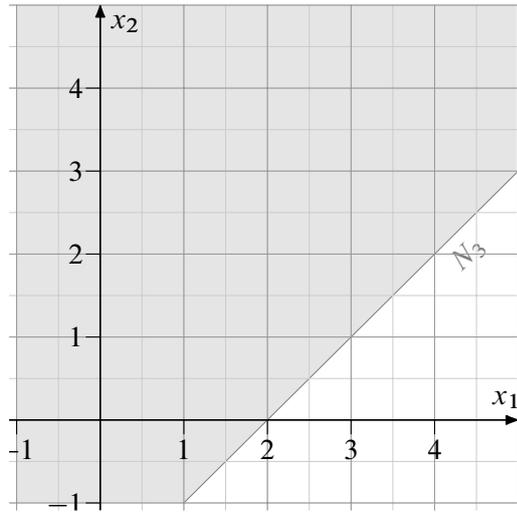
# Aufgabe 1

17 Punkte

Gegeben ist das folgende lineare Optimierungsproblem mit

- ▶ den Strukturvariablen  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+$ ,
- ▶ der Zielfunktion  $f: \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}$  und
- ▶ den Nebenbedingungen  $N_1, N_2$  und  $N_3$

$f$	$2x_1 +$	$2x_2$	$\rightarrow$	$\min$
$N_1$	$x_1 +$	$2x_2$	$\geq$	$2$
$N_2$	$3x_1 +$	$x_2$	$\geq$	$3$
$N_3$	<input type="text"/>	$+$ <input type="text"/>	$\geq$	<input type="text"/>

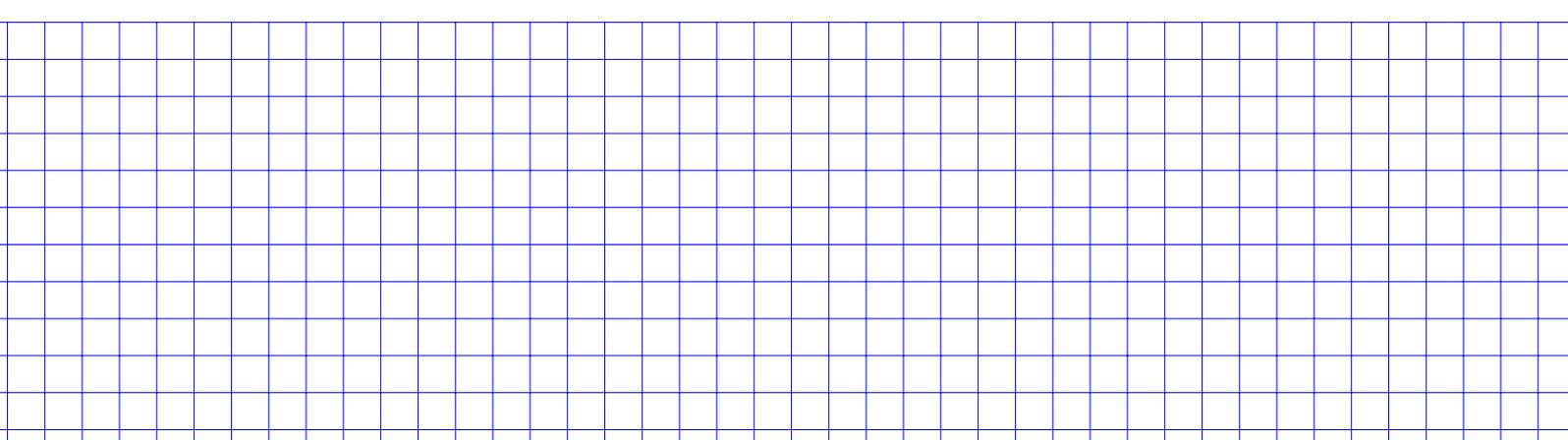


- a) Ermitteln Sie die  $N_3$  aus der Zeichnung.
- b) Zeichnen Sie die beiden Nebenbedingungen in das gegebene Koordinatensystem ein und markieren Sie den Zulässigkeitsbereich des Problems.
- c) Bestimmen Sie alle Ecken des Polygons rechnerisch!
- d) Zeichnen Sie eine Isogewinnlinie für den Wert 8 ein.
- e) Bestimmen Sie rechnerisch das Optimum des Problems.
- f) Geben Sie zu dem gegebenen Problem das Duale Problem an. Sollten Sie  $N_3$  nicht bestimmen können, dann verwenden Sie bitte  $a \cdot x_1 + b \cdot x_2 \geq c$ .

$f$	<input type="text"/>	$+$	<input type="text"/>	$+$	<input type="text"/>	$\rightarrow$	$\max$
$N_1$	<input type="text"/>	$+$	<input type="text"/>	$+$	<input type="text"/>	$\geq$	<input type="text"/>
$N_2$	<input type="text"/>	$+$	<input type="text"/>	$+$	<input type="text"/>	$\geq$	<input type="text"/>

- g) Stellen Sie zu dem gegebenen Minimierungsproblem das Starttableau auf.

$ZF$	<input type="text"/>					
$N_1$	<input type="text"/>					
$N_2$	<input type="text"/>					
$N_3$	<input type="text"/>					



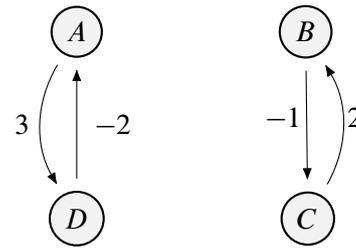


## Aufgabe 2

13 Punkte

Es sollen kürzeste Wege durch einen Graph nach dem Algorithmus von *Floyd-Warshall* gefunden werden.

- a) Gegeben ist dazu die unvollständige Zeichnung eines Graphen und die dazugehörige ebenfalls jeweils unvollständige Kosten- bzw. Vorgängermatrix  $C_0$  bzw.  $P_0$ .



$$C_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \square \\ 2 & 0 & \square & \infty \\ \infty & \square & 0 & 4 \\ -2 & \infty & \infty & \square \end{pmatrix},$$

$$P_0 = \begin{pmatrix} \square & A & A & A \\ B & B & \square & 0 \\ 0 & C & C & \square \\ D & \square & 0 & D \end{pmatrix}$$

Ergänzen Sie die fehlenden Kanten des Graphen mit deren Kantengewichten, sowie die fehlenden Einträge in der Kosten- und der Vorgängermatrix.

- b) Welchen Wert darf das Gewicht des Kantenzugs  $A - D$  auf Basis der bereits vorgegebenen Kanten und Kantengewichte keinesfalls unterschreiten, damit der Algorithmus noch zu einer Lösung kommt?

Antwort:

- c) Der *erste* Iterationsschritt wurde bereits durchgeführt und Sie haben  $C_1$  vorliegen. Führen Sie nun den *zweiten* Iterationsschritt durch, indem Sie die Matrix  $C_2$  an den fehlenden Stellen ergänzen.

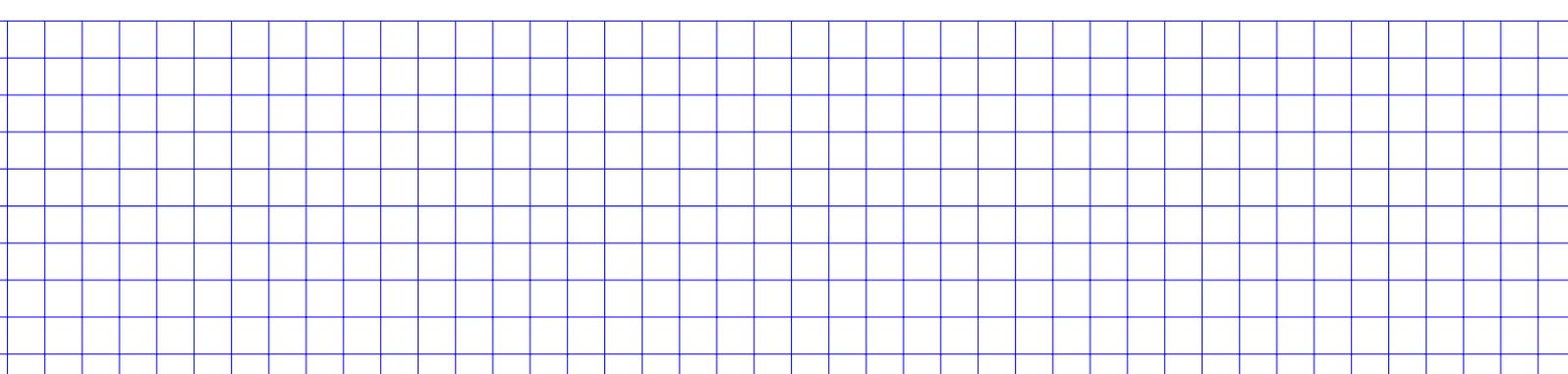
$$C_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 & 5 \\ \infty & 2 & 0 & 4 \\ -2 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C_2 = \begin{pmatrix} \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \end{pmatrix}$$

- d) Nach dem letzten Iterationsschritt lautet die Vorgängermatrix  $P_4$  wie folgt:

$$P_4 = \begin{pmatrix} A & A & B & A \\ D & B & B & C \\ D & C & C & C \\ D & A & B & D \end{pmatrix}.$$

Dabei ist bekannt, dass die Zeilen zu Beginn alphabetisch aufsteigend mit den Bezeichnungen der Knoten von  $A$  bis  $D$  angeordnet waren. Geben Sie dazu den kürzesten Weg vom Knoten  $D$  nach  $C$  an.





### Aufgabe 3

15 Punkte

Es soll untersucht werden, ob es bei angestellten Arbeitnehmern im Alter von 65 Jahren einen Zusammenhang zwischen der Anzahl der Wohnungswechsel (Umzüge) über Stadtgrenzen hinaus während der aktiven Berufsphase und dem höchsten formalen Bildungsabschluss gibt. Dazu werden 100 Personen der Grundgesamtheit befragt. Es ergibt sich folgende Kontingenztafel:

Umzüge	höchster Bildungsabschluss			
	kein Hochschulabschluss	Bachelor	Diplom/-Master	Promotion
0	9	5	4	2
1	5	2	4	5
2	1	8	5	2
3	2	4	8	4
4	5	10	2	13

Die erhobenen Daten sollen im Folgenden als einfache Stichprobe der Grundgesamtheit angesehen werden.

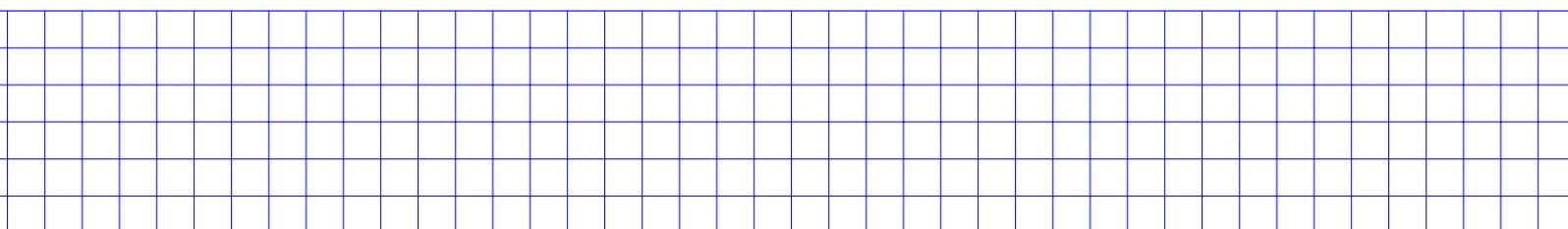
Für die Tabelle der bei Unabhängigkeit erwarteten Häufigkeiten ergibt sich

	kein Hochschulabschluss	Bachelor	Diplom/Master	Promotion
0	<input type="text" value="1.80"/>	5.80	4.60	<input type="text" value="3.68"/>
1	3.52	4.64	3.68	4.16
2	3.52	<input type="text" value="4.64"/>	3.68	4.16
3	3.96	5.22	4.14	4.68
4	6.60	8.70	6.90	7.80

Für die Anteile an  $\chi^2$  erhält man damit

	kein Hochschulabschluss	Bachelor	Diplom/Master	Promotion
0	<input type="text" value="0.11"/>	0.11	0.08	<input type="text" value="0.17"/>
1	0.62	1.50	0.03	0.17
2	1.80	<input type="text" value="1.50"/>	0.47	1.12
3	0.97	0.29	3.60	0.10
4	0.39	0.19	3.48	3.47

- Ergänzen Sie die fehlenden Einträge in den Tabellen.
- Für den Testwert ergibt sich  $v \approx 27.6$  (muss nicht nachgerechnet werden). Testen Sie zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.5\%$ , ob die beiden Merkmale in der Grundgesamtheit unabhängig sind.
- Kann man nur durch das Ergebnis des Tests sagen, dass ein höherer Bildungsabschluss zu mehr Umzügen führt?







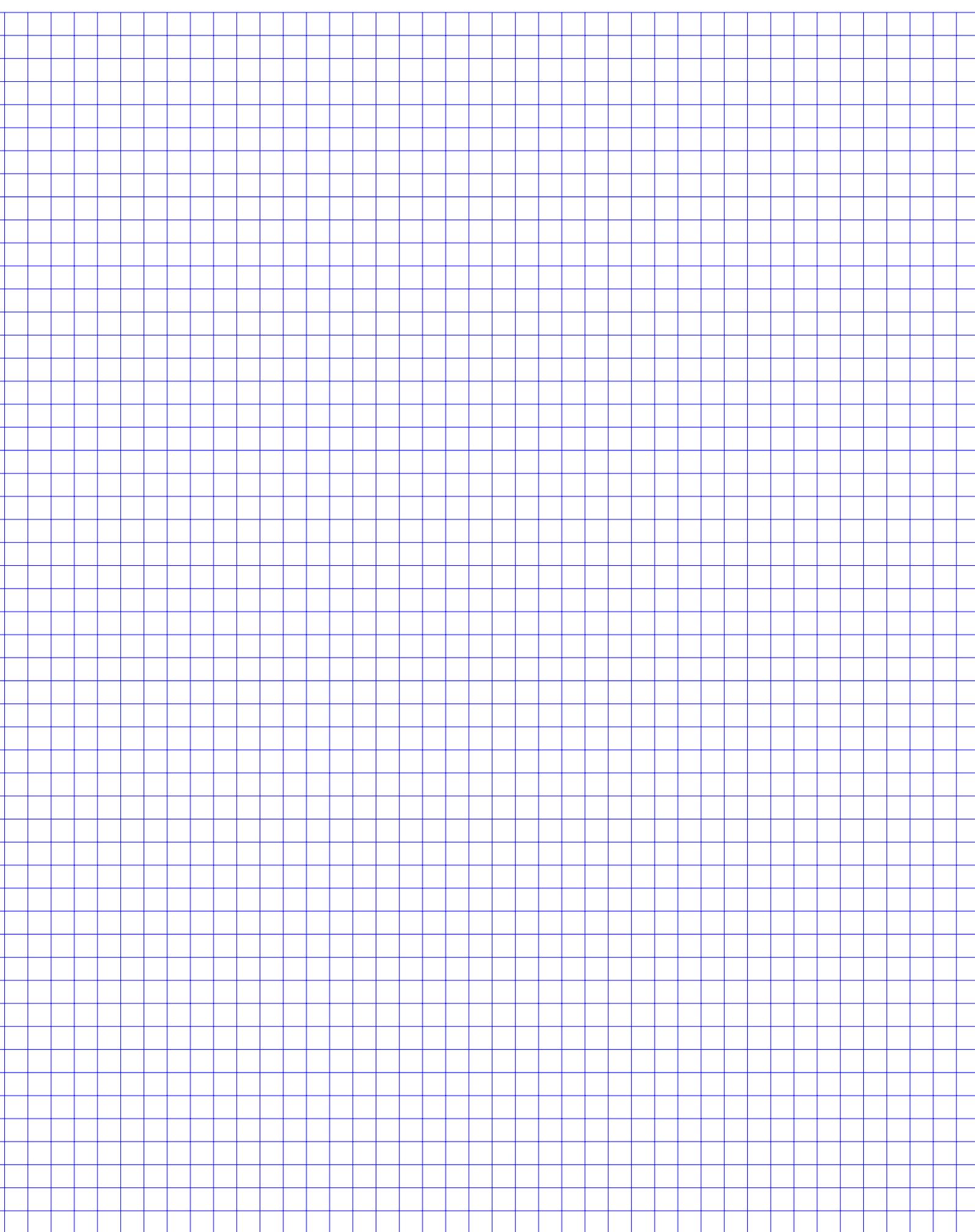


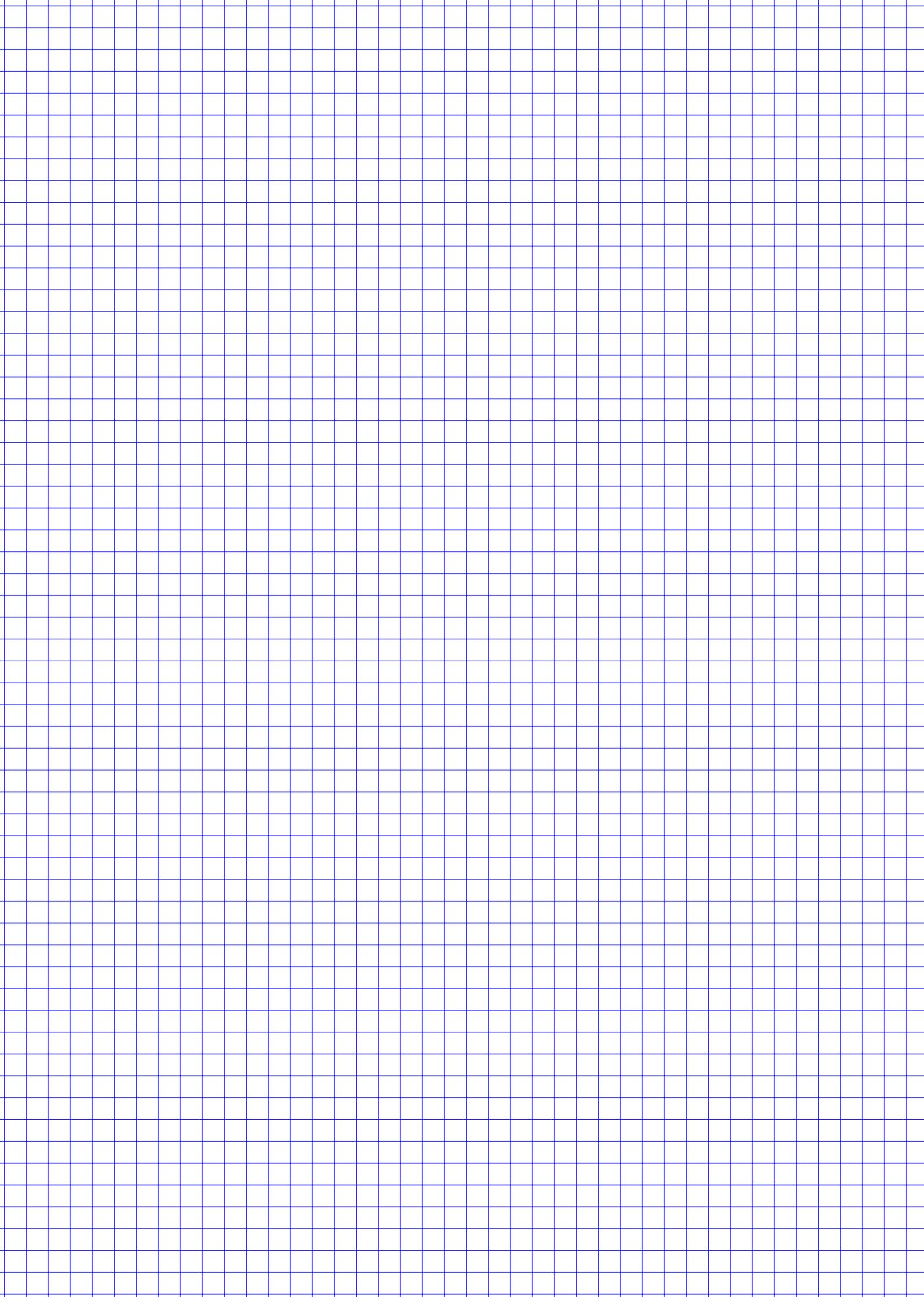






b) Erklären Sie die Funktionsweise von for- und while-Schleifen.











# Tabellen

## Verteilungsfunktion $\Phi$ der Standardnormalverteilung

Dabei bedeutet  $\Phi(x)$  zum Beispiel:  $\Phi(2,13) = \Phi(2,1 + 0,03) = 0,9834$ . Diesen Wert findet man in der Zeile mit  $x_1 = 2,1$  und der Spalte mit  $x_2 = 0,03$ .

$x_1 \backslash x_2$	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1	0.84134	0.84375	0.84614	0.84850	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976

# $\alpha$ -Fraktile der $\chi^2$ -Verteilung mit $n$ Freiheitsgraden

$\downarrow \alpha \setminus n \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.005	0.00	0.01	0.07	0.21	0.41	0.68	0.99	1.34	1.73	2.16	2.60	3.07	3.56	4.07	4.60
0.01	0.00	0.02	0.11	0.30	0.55	0.87	1.24	1.65	2.09	2.56	3.05	3.57	4.11	4.66	5.23
0.025	0.00	0.05	0.22	0.48	0.83	1.24	1.69	2.18	2.70	3.25	3.82	4.40	5.01	5.63	6.26
0.05	0.00	0.10	0.35	0.71	1.15	1.64	2.17	2.73	3.33	3.94	4.57	5.23	5.89	6.57	7.26
0.1	0.02	0.21	0.58	1.06	1.61	2.20	2.83	3.49	4.17	4.87	5.58	6.30	7.04	7.79	8.55
0.2	0.06	0.45	1.01	1.65	2.34	3.07	3.82	4.59	5.38	6.18	6.99	7.81	8.63	9.47	10.31
0.25	0.10	0.58	1.21	1.92	2.67	3.45	4.25	5.07	5.90	6.74	7.58	8.44	9.30	10.17	11.04
0.4	0.28	1.02	1.87	2.75	3.66	4.57	5.49	6.42	7.36	8.30	9.24	10.18	11.13	12.08	13.03
0.5	0.45	1.39	2.37	3.36	4.35	5.35	6.35	7.34	8.34	9.34	10.34	11.34	12.34	13.34	14.34
0.6	0.71	1.83	2.95	4.04	5.13	6.21	7.28	8.35	9.41	10.47	11.53	12.58	13.64	14.69	15.73
0.75	1.32	2.77	4.11	5.39	6.63	7.84	9.04	10.22	11.39	12.55	13.70	14.85	15.98	17.12	18.25
0.8	1.64	3.22	4.64	5.99	7.29	8.56	9.80	11.03	12.24	13.44	14.63	15.81	16.98	18.15	19.31
0.9	2.71	4.61	6.25	7.78	9.24	10.64	12.02	13.36	14.68	15.99	17.27	18.55	19.81	21.06	22.31
0.95	3.84	5.99	7.81	9.49	11.07	12.59	14.07	15.51	16.92	18.31	19.68	21.03	22.36	23.68	25.00
0.975	5.02	7.38	9.35	11.14	12.83	14.45	16.01	17.53	19.02	20.48	21.92	23.34	24.74	26.12	27.49
0.99	6.63	9.21	11.34	13.28	15.09	16.81	18.48	20.09	21.67	23.21	24.73	26.22	27.69	29.14	30.58
0.995	7.88	10.60	12.84	14.86	16.75	18.55	20.28	21.95	23.59	25.19	26.76	28.30	29.82	31.32	32.80

$\downarrow \alpha \setminus n \rightarrow$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0.005	5.14	5.70	6.26	6.84	7.43	8.03	8.64	9.26	9.89	10.52	11.16	11.81	12.46	13.12	13.79
0.01	5.81	6.41	7.01	7.63	8.26	8.90	9.54	10.20	10.86	11.52	12.20	12.88	13.56	14.26	14.95
0.025	6.91	7.56	8.23	8.91	9.59	10.28	10.98	11.69	12.40	13.12	13.84	14.57	15.31	16.05	16.79
0.05	7.96	8.67	9.39	10.12	10.85	11.59	12.34	13.09	13.85	14.61	15.38	16.15	16.93	17.71	18.49
0.1	9.31	10.09	10.86	11.65	12.44	13.24	14.04	14.85	15.66	16.47	17.29	18.11	18.94	19.77	20.60
0.2	11.15	12.00	12.86	13.72	14.58	15.44	16.31	17.19	18.06	18.94	19.82	20.70	21.59	22.48	23.36
0.25	11.91	12.79	13.68	14.56	15.45	16.34	17.24	18.14	19.04	19.94	20.84	21.75	22.66	23.57	24.48
0.4	13.98	14.94	15.89	16.85	17.81	18.77	19.73	20.69	21.65	22.62	23.58	24.54	25.51	26.48	27.44
0.5	15.34	16.34	17.34	18.34	19.34	20.34	21.34	22.34	23.34	24.34	25.34	26.34	27.34	28.34	29.34
0.6	16.78	17.82	18.87	19.91	20.95	21.99	23.03	24.07	25.11	26.14	27.18	28.21	29.25	30.28	31.32
0.75	19.37	20.49	21.60	22.72	23.83	24.93	26.04	27.14	28.24	29.34	30.43	31.53	32.62	33.71	34.80
0.8	20.47	21.61	22.76	23.90	25.04	26.17	27.30	28.43	29.55	30.68	31.79	32.91	34.03	35.14	36.25
0.9	23.54	24.77	25.99	27.20	28.41	29.62	30.81	32.01	33.20	34.38	35.56	36.74	37.92	39.09	40.26
0.95	26.30	27.59	28.87	30.14	31.41	32.67	33.92	35.17	36.41	37.65	38.89	40.11	41.34	42.56	43.77
0.975	28.85	30.19	31.53	32.85	34.17	35.48	36.78	38.08	39.36	40.65	41.92	43.19	44.46	45.72	46.98
0.99	32.00	33.41	34.81	36.19	37.57	38.93	40.29	41.64	42.98	44.31	45.64	46.96	48.28	49.59	50.89
0.995	34.27	35.72	37.16	38.58	40.00	41.40	42.80	44.18	45.56	46.93	48.29	49.64	50.99	52.34	53.67

## $\alpha$ -Fraktile der $t$ -Verteilung mit $n$ Freiheitsgraden

$\downarrow n \setminus \alpha \rightarrow$	0.6	0.75	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.325	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706	31.820	63.657
2	0.289	0.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	0.979	1.638	2.353	3.183	4.541	5.841
4	0.271	0.741	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	0.889	1.397	1.860	2.306	2.897	3.355
9	0.261	0.703	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.698	0.875	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.696	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.054
13	0.259	0.694	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.691	0.866	1.341	1.753	2.131	2.603	2.947
16	0.258	0.690	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	0.856	1.316	1.708	2.059	2.485	2.787
26	0.256	0.684	0.856	1.315	1.706	2.055	2.479	2.779
27	0.256	0.684	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	0.855	1.312	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750