



Vorname: .....

Nachname: .....

Matrikel-Nr.: .....

Studiengang: .....

Versuch Nr.: .....

## Klausur Statistik

---

Prüfer	Etschberger, Henle, Jansen, Wesp
Prüfungsdatum	3. Juli 2019
Prüfungsort	Augsburg
Studiengang	BW, IM

---

Bearbeitungszeit: 90 Minuten  
 Punkte: 90

---

Die Klausur umfasst 6 Aufgaben auf 20 Seiten

---

Zugelassene Hilfsmittel Schreibzeug, Taschenrechner, der nicht 70! berechnen kann,  
 ein mit dem Namen versehenes Din-A4 Blatt mit handgeschriebenen Notizen  
 (keine Kopien oder Ausdrucke)

---

Weitere Regularien:

- ▶ Bitte überprüfen Sie *vor* Bearbeitungsbeginn die Vollständigkeit der Klausurangabe.
  - ▶ Tragen Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein.
  - ▶ Die Heftung der Klausur darf nicht verändert werden.
  - ▶ Bitte tragen Sie die Lösung zu den jeweiligen Aufgaben *nur* direkt im Anschluss an die jeweilige Angabe ein. Sollte der Platz dort nicht ausreichen, verwenden Sie die Ersatzblätter am Ende der Klausurangabe.
  - ▶ Ergebnisse (auch Zwischenergebnisse) müssen mit mind. 4 gültigen Ziffern angegeben werden.
  - ▶ Der Lösungsweg muss klar dokumentiert werden.
  - ▶ Die Klausur ist in ordentlich lesbarer Form zu bearbeiten. Schwer lesbare Teile der Klausur werden als ungültig ersatzlos gestrichen.
  - ▶ Die Klausur unterliegt der für Sie zur Zeit gültigen Prüfungsordnung.
  - ▶ Bitte verwenden Sie *keine rote Farbe* zur Bearbeitung der Klausur.
- 

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte	<input type="text"/>					
maximal	15	17	15	15	15	13

## Aufgabe 1

15 Punkte

Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, y) = y \cdot (x^2 - 4) + 3.$$

- Bestimmen Sie den Gradienten  $\nabla f$ .
- Berechnen Sie alle Kandidaten für Extremwerte von  $f$ , also alle Punkte mit  $\nabla f(x, y) = (0, 0)^T$ .
- Bestimmen Sie die Hessematrix  $H_f(x, y)$ .
- Entscheiden Sie mit Hilfe der Hessematrix für jeden der kritischen Punkte aus Teilaufgabe b), ob es sich um ein lokales Maximum oder Minimum handelt.
- Skizzieren Sie in nebenstehender Grafik  $f_y(x, y)$  in Abhängigkeit von  $x$  für einen beliebigen konstanten Wert von  $y$ .

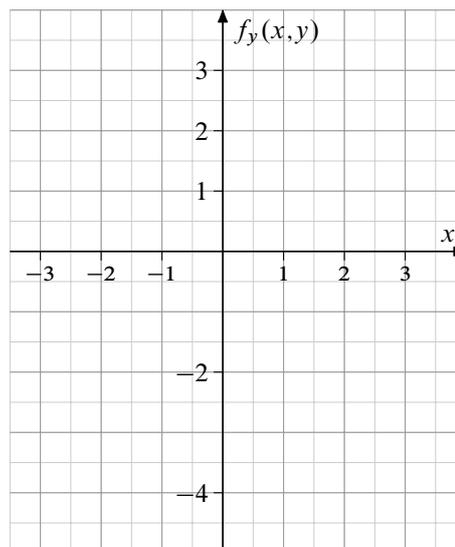
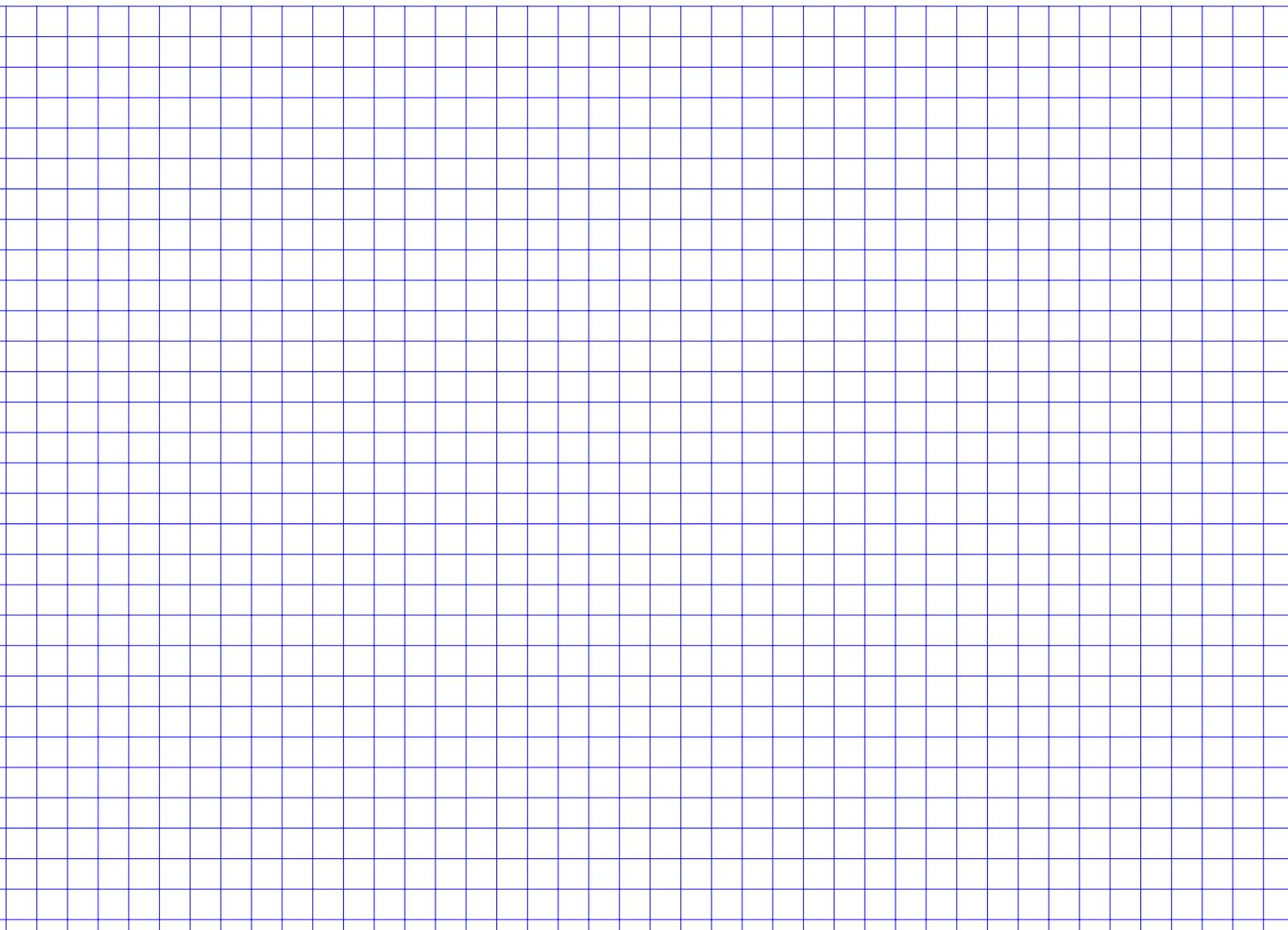


Abbildung 1: Graph von  $f_y(x, y)$

Jetzt sei eine zweimal stetig differenzierbare Funktionen  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sowie die Funktion  $h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $h(x, y) = y \cdot g(x)$  gegeben.

- Geben Sie den Gradienten  $\nabla h(x, y)$  an.





## Aufgabe 2

17 Punkte

Gegeben ist ein Datensatz in der R-Variable Daten. Die Ausgabe der ersten 10 Zeilen ergibt

```
## # A tibble: 957 x 4
##   Alter Geschlecht AusgKomm NoteMathe
##   <dbl> <chr>      <dbl>     <dbl>
## 1    20 Frau         130         5
## 2    19 Mann         420         5
## 3    21 Mann         825         4
## 4    23 Mann         420         1.7
## 5    20 Frau         400         1
## 6    25 Frau         130         1
## 7    20 Frau         200         5
## 8    20 Frau         420         4
## 9    20 Mann         300         1.7
## 10   20 Frau         620         2
## # ... with 947 more rows
```

- R**
- Geben Sie R-Kommandos an, die das Geschlecht sowie das Alter aller Objekte dieses Datensatzes sortiert nach NoteMathe ausgeben bei denen das Merkmal AusgKomm mehr als das empirische 97%-Quantil beträgt.
  - Wieviele Objekte (Zeilen) werden dabei mindestens ausgegeben?

Das folgende R-Kommando ergibt die Ausgabe in der Tabelle rechts

```
Daten %>%
  mutate(NoteMathe = round(NoteMathe, 0)) %>%
  group_by(Geschlecht, NoteMathe) %>%
  summarize(Anzahl=n()) %>%
  spread(key = NoteMathe,
         value = Anzahl, fill=0)
```

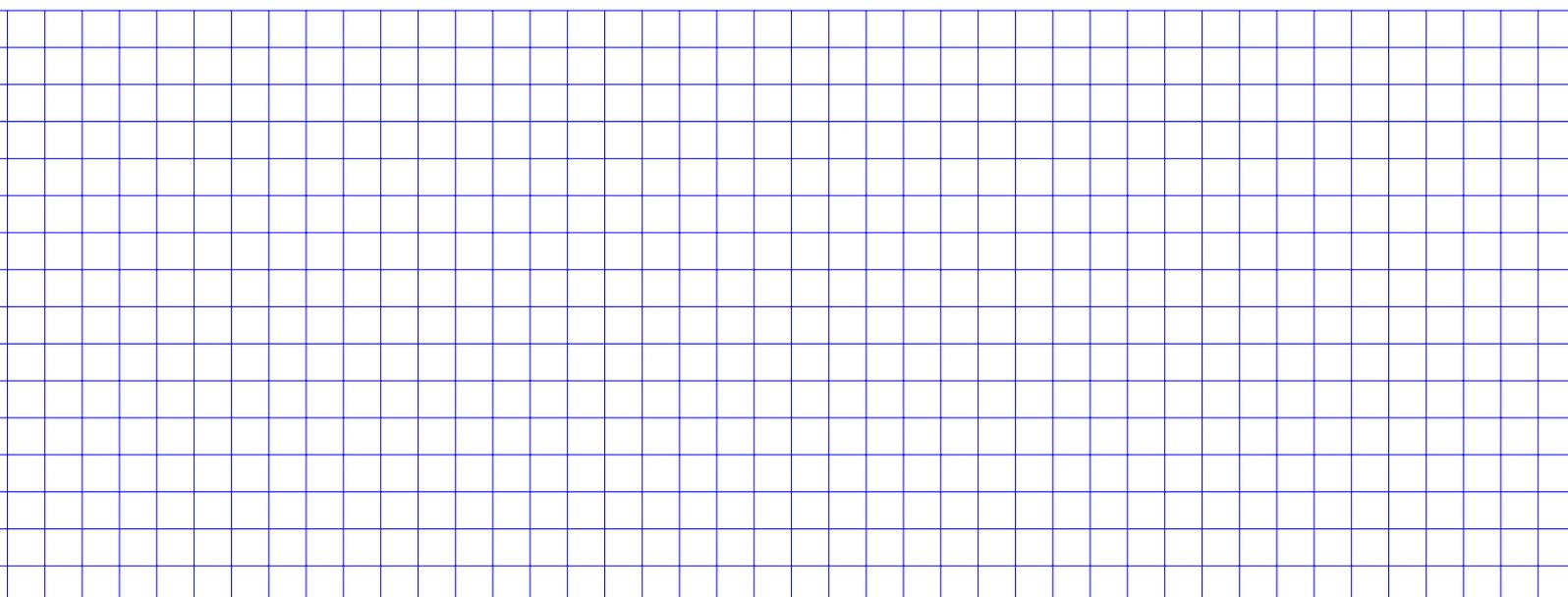
Geschlecht	1	2	3	4	5
Frau	39	101	188	143	124
Mann	29	68	108	77	80

- Zeichnen Sie in ein Koordinatensystem die empirische Verteilungsfunktion der gerundeten Mathenoten aller Frauen des Datensatzes.

Im Folgenden besteht die Urliste aus folgenden Werten des Merkmals AusKomm:

$$x = (100, 100, 100, 800, 7000, 100, 800, 800, 100, 100)$$

- Zeichnen Sie eine Lorenzkurve dieser Urliste
- Berechnen Sie den normierten Gini-Koeffizienten.





### Aufgabe 3

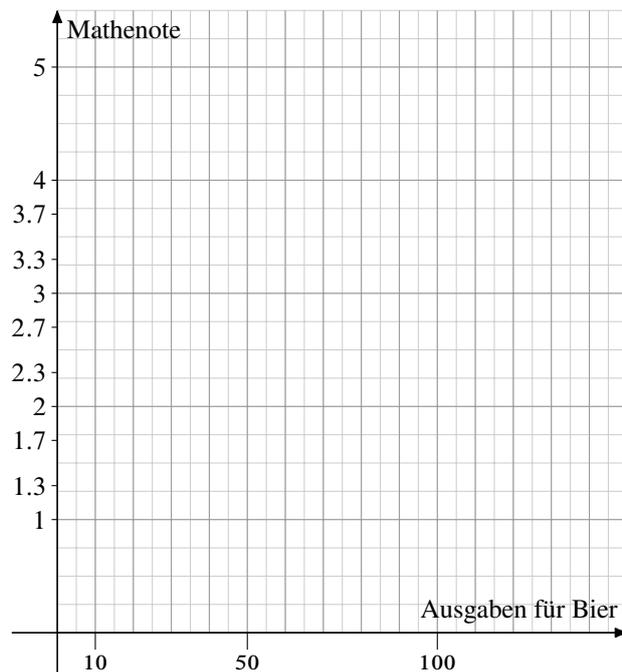
15 Punkte

Walter Weizen ist bei seinem ersten Versuch in der Matheklausur durchgefallen und sucht jetzt nach Gründen dafür. Bisher war er der Meinung, dass Bier während der Prüfungsvorbereitung die Lernleistung steigert. Das will er nun überprüfen. Unter seinen Freunden, die auch mitgeschrieben haben macht er eine Umfrage: 10 Freunde verraten ihm wieviel sie in den zwei Wochen vor der Klausur für Bier ausgegeben haben (in €) sowie die Note in der Prüfung:

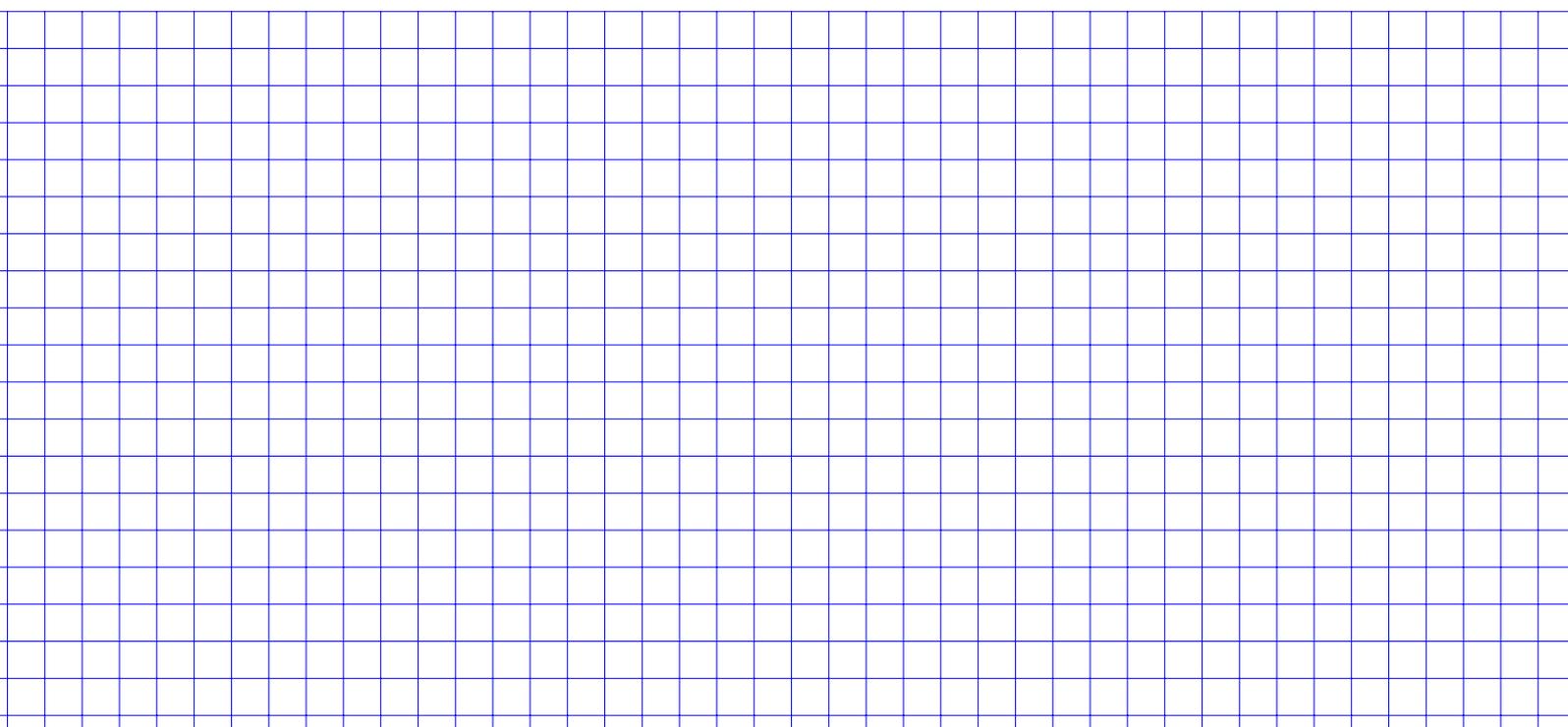
Ausgaben für Bier	98	101	118	76	31	69	90	67	140	17
Note in Matheklausur	5.0	5.0	4.0	3.0	1.7	4.0	3.3	2.3	5.0	1.3

*Hinweis: Gehen Sie im folgenden davon aus, dass beide Merkmale metrisch skaliert sind.*

- Übertragen Sie die Daten als Streuplot in das nebenstehende Koordinatensystem.
- Berechnen Sie den Wert eines geeigneten Zusammenhangsmaßes zwischen den beiden Merkmalen.
- Geben Sie die Modellgleichung eines auf den Daten basierenden Regressionsmodells an.
- Bestimmen Sie den Determinationskoeffizient des Regressionsmodells und interpretieren Sie diesen.
- Walter hat zur letzten Prüfungszeit 100 € in Bier investiert. Welche Note hätte er anhand des Regressionsmodells eigentlich erwarten können?



- R** f) Gehen Sie davon aus, dass die Daten in der R-Variable `Matheklausur` mit den beiden Merkmalen `Bier` und `Note` gespeichert sind. Geben Sie ein R-Kommando an, mit dem man das Regressionsmodell aufstellen und das Ergebnis ausgeben kann.





## Aufgabe 4

15 Punkte

Paula besitzt mehrere Plattenläden in der Stadt und hat dort einige Beobachtungen zu Diebstählen sammeln müssen. Paula bittet Ihre Freundin Franziska bei der Interpretation der Daten um Hilfe, denn Franziska besucht aktuell eine Statistikvorlesung im Rahmen Ihres BWL-Studiums.

*Hinweise: Die Aufgabenteile a), b), c) sind jeweils unabhängig voneinander!  
Geben Sie die Ergebnisse jeweils mit mindestens drei signifikanten Stellen an.*

- a) Im Plattenladen in der Antonstraße beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Besucher des Ladens etwas stiehlt  $p = 0.005$ . Im letzten Monat betraten 1000 Leute den Laden. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit pro Monat für
1. keinen Ladendiebstahl,
  2. maximal einen Ladendiebstahl?
- b) Heute hat der Ladendetektiv in der Bismarckstraße zwölf Verdächtige festgehalten, unter denen sich zwei Ladendiebe befinden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Diebe ermittelt werden, wenn der Detektiv zufällig fünf der zwölf Verdächtigen genauer untersucht und einen Dieb durch diese Untersuchung eindeutig identifizieren kann?
- R** c) Mit welchem R-Befehl berechnet man das Ergebnis aus Teilaufgabe b)?
- d) Diebstähle werden in Paulas Plattenladen in der Bismarckstraße selten aufgedeckt. Die Wahrscheinlichkeit für mehr als vier erwischte Ladendiebe innerhalb eines Monats beträgt 42.0%. Wie viele Diebe werden im Durchschnitt pro Monat erwischt?



**Aufgabenteil I:**

Gegeben sind Funktion  $g, h, k, \ell: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sowie ihre Graphen in den folgenden Abbildungen:

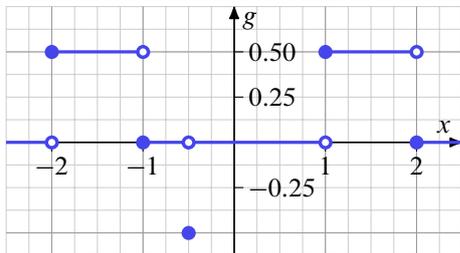


Abbildung 2: Graph von  $g$

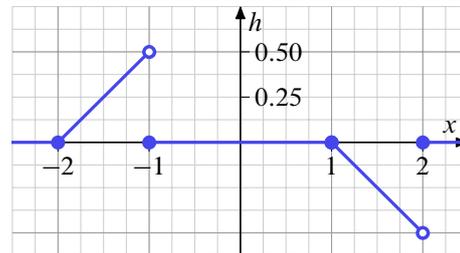


Abbildung 3: Graph von  $h$

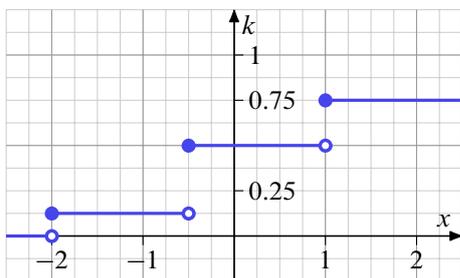


Abbildung 4: Graph von  $k$

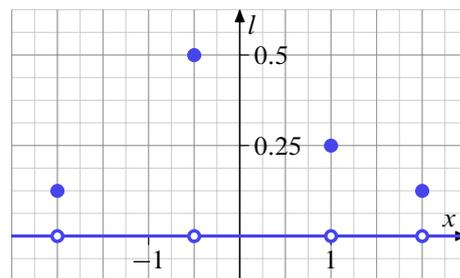


Abbildung 5: Graph von  $\ell$

*Hinweis: Ohne (richtige) Begründung gibt es bei a) und b) keinen Punkt.*

- Entscheiden und begründen Sie bei  $g, h, k, \ell$ , ob es sich jeweils um eine Wahrscheinlichkeitsfunktion einer diskreten Zufallsvariable handeln kann.
- Geben Sie auch bei jeder der vier Funktionen an, ob es sich jeweils um eine Verteilungsfunktion einer beliebigen (diskreten oder stetigen) Zufallsvariable handeln kann.

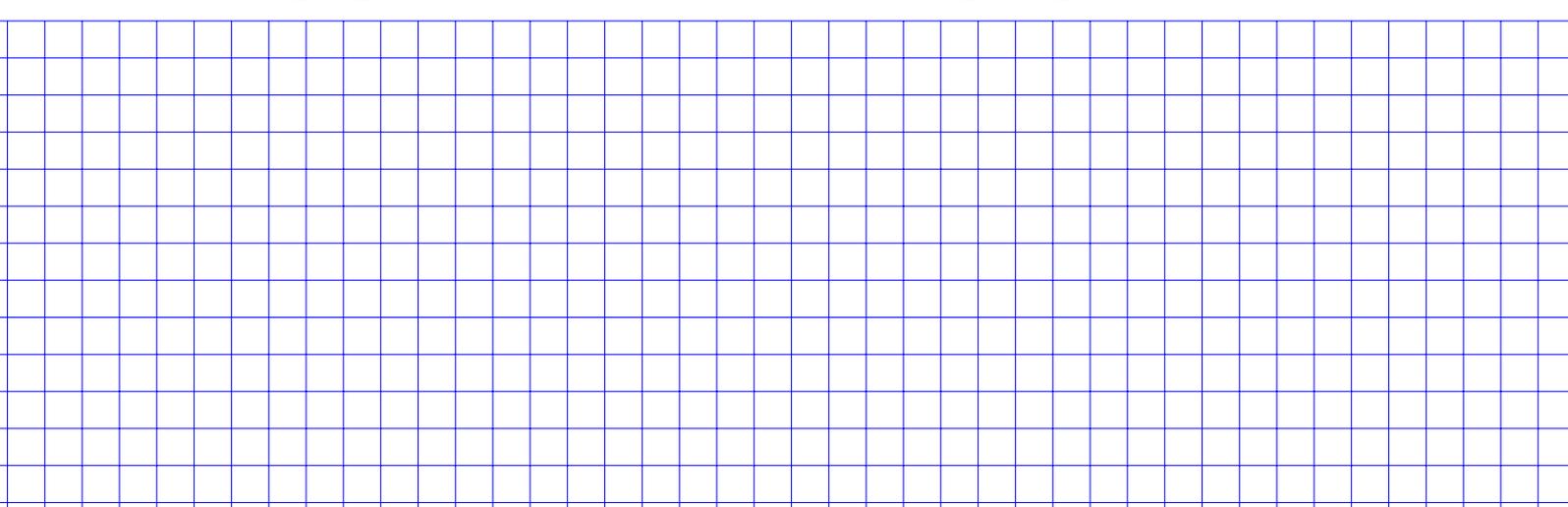
**Aufgabenteil II:**

Im Folgenden ist zu einer Zufallsvariable  $X$  die Dichtefunktion  $f$  gegeben mit

$$f(x) = \begin{cases} 1/6 & \text{für } x \in [-101, -100] \cup [-11, -9] \cup [-0.5, 0.5] \cup [1, 3] \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Ermitteln Sie, falls möglich, die nachfolgenden Wahrscheinlichkeiten.

- |                         |  |
|-------------------------|--|
| c) $P(X \leq 0)$        | f) $P(X = -100.5)$                         |
| d) $P(X \geq 3)$        | g) $P(X \leq -3 \mid -20 \leq X \leq 0.5)$ |
| e) $P(0 \leq X \leq 2)$ | h) $P(X \geq 0 \mid X \leq 4)$             |





## Aufgabe 6

13 Punkte

Walter Weizen geht davon aus, dass er die Statistikklausur bestehen wird. In diesem Fall möchte er beim Oktoberfest in München gebührend feiern. Dazu möchte er jetzt schon sicherheitshalber bei einer Online-Privatwohnungs-Vermietungsagentur während der Wies'n-Zeit ein Bett in München reservieren. Um nicht zuviel zu bezahlen, klickt er wahllos 15 Angebote für den fraglichen Zeitraum an und notiert sich die Preise (in €):

---

450 180 350 380 700 890 540 1750 1500 1000 790 800 1200 1000 700

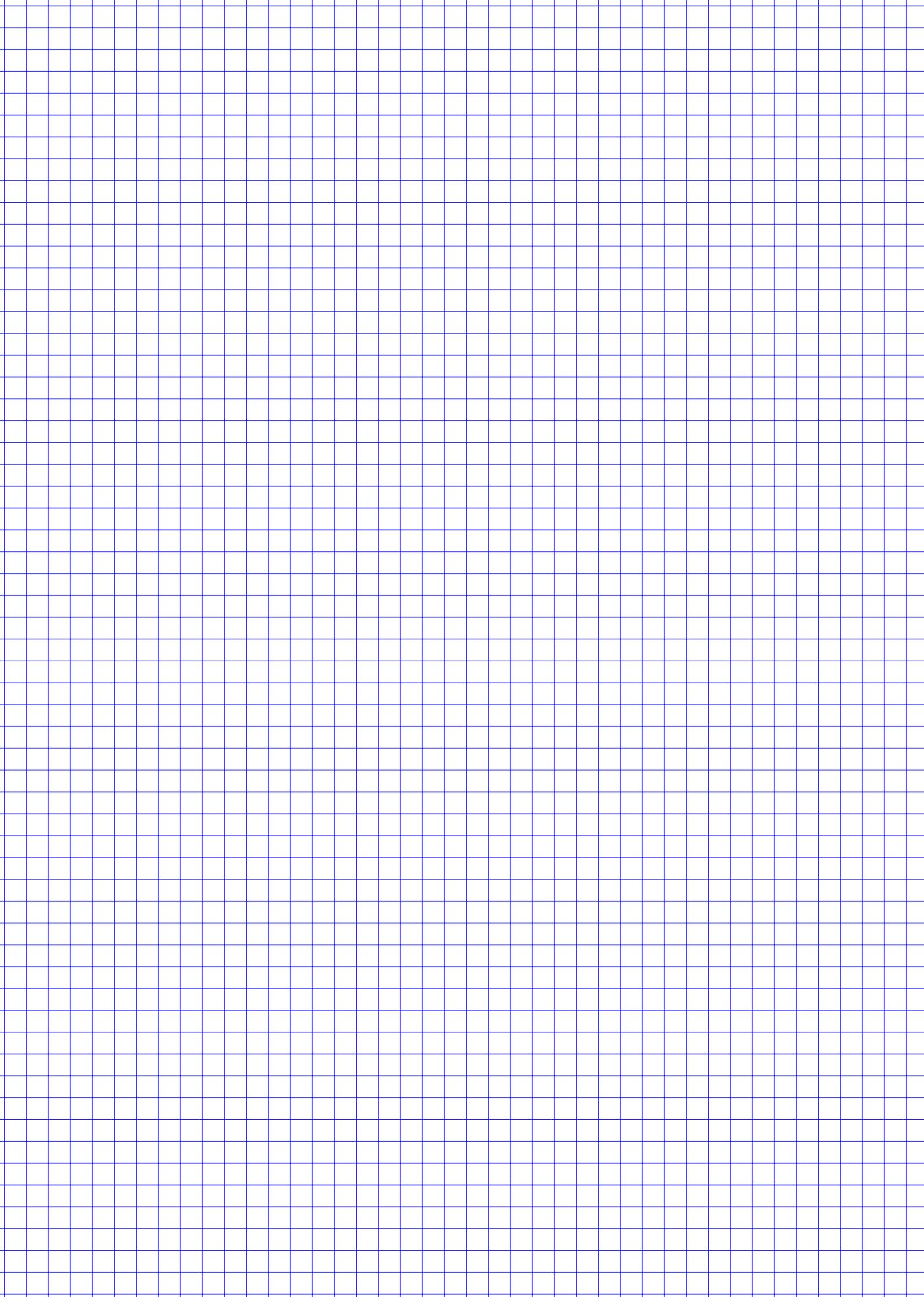
---

*Hinweis: Gehen Sie im folgenden davon aus, dass es sich bei Walters Daten um eine einfache Stichprobe einer normalverteilten Grundgesamtheit handelt.*

Walter möchte mit seinen Daten den Durchschnittspreis aller Angebote schätzen.

- Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau 99 % für den Mittelwert der Grundgesamtheit der Preise aller Angebote.
- R Geben Sie R-Befehle an, um das Konfidenzintervall aus Teilaufgabe a) auszugeben.
- Aus sicherer Quelle erfährt Walter, dass in der Grundgesamtheit aller Angebote die Standardabweichung  $\sigma = 1214 \text{ €}$  beträgt. Wieviele Angebote müsste er mindestens anklicken, wenn er bei der Berechnung des 99 %-Konfidenzintervalls eine Intervallbreite von höchstens 200 € erreichen möchte?













## Verteilungsfunktion $\Phi$ der Standardnormalverteilung

Dabei bedeutet  $\Phi(x)$  zum Beispiel:  $\Phi(2,13) = \Phi(2,1 + 0,03) = 0,9834$ . Diesen Wert findet man in der Zeile mit  $x_1 = 2,1$  und der Spalte mit  $x_2 = 0,03$ .

$x_1 \backslash x_2$	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1	0.84134	0.84375	0.84614	0.84850	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976

## $\alpha$ -Fraktile der $t$ -Verteilung mit $n$ Freiheitsgraden

$\downarrow n \setminus \alpha \rightarrow$	0.6	0.75	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.325	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706	31.820	63.657
2	0.289	0.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	0.979	1.638	2.353	3.183	4.541	5.841
4	0.271	0.741	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	0.889	1.397	1.860	2.306	2.897	3.355
9	0.261	0.703	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.698	0.875	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.696	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.054
13	0.259	0.694	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.691	0.866	1.341	1.753	2.131	2.603	2.947
16	0.258	0.690	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	0.856	1.316	1.708	2.059	2.485	2.787
26	0.256	0.684	0.856	1.315	1.706	2.055	2.479	2.779
27	0.256	0.684	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	0.855	1.312	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750