



Vorname:

Nachname:

Matrikel-Nr.:

Studiengang:

Versuch Nr.:

Klausur Statistik

Prüfer	Etschberger, Henle, Jansen
Prüfungsdatum	1. Juli 2020
Prüfungsort	Augsburg
Studiengang	BW, IM

Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Punkte:	90

Die Klausur umfasst 6 Aufgaben auf 20 Seiten

Zugelassene Hilfsmittel Schreibzeug, Taschenrechner, der nicht 70! berechnen kann, ein mit dem Namen versehenes Din-A4 Blatt mit handgeschriebenen Notizen (keine Kopien oder Ausdrucke)

Weitere Regularien:

- ▶ Bitte überprüfen Sie *vor* Bearbeitungsbeginn die Vollständigkeit der Klausurangabe.
 - ▶ Tragen Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein.
 - ▶ Die Heftung der Klausur darf nicht verändert werden.
 - ▶ Bitte tragen Sie die Lösung zu den jeweiligen Aufgaben *nur* direkt im Anschluss an die jeweilige Angabe ein. Sollte der Platz dort nicht ausreichen, verwenden Sie die Ersatzblätter am Ende der Klausurangabe.
 - ▶ Ergebnisse (auch Zwischenergebnisse) müssen mit mind. 4 gültigen Ziffern angegeben werden.
 - ▶ Der Lösungsweg muss klar dokumentiert werden.
 - ▶ Die Klausur ist in ordentlich lesbarer Form zu bearbeiten. Schwer lesbare Teile der Klausur werden als ungültig ersatzlos gestrichen.
 - ▶ Die Klausur unterliegt der für Sie zur Zeit gültigen Prüfungsordnung.
 - ▶ Bitte verwenden Sie *keine rote Farbe* zur Bearbeitung der Klausur.
-

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte	<input type="text"/>					
maximal	15	15	15	13	19	13

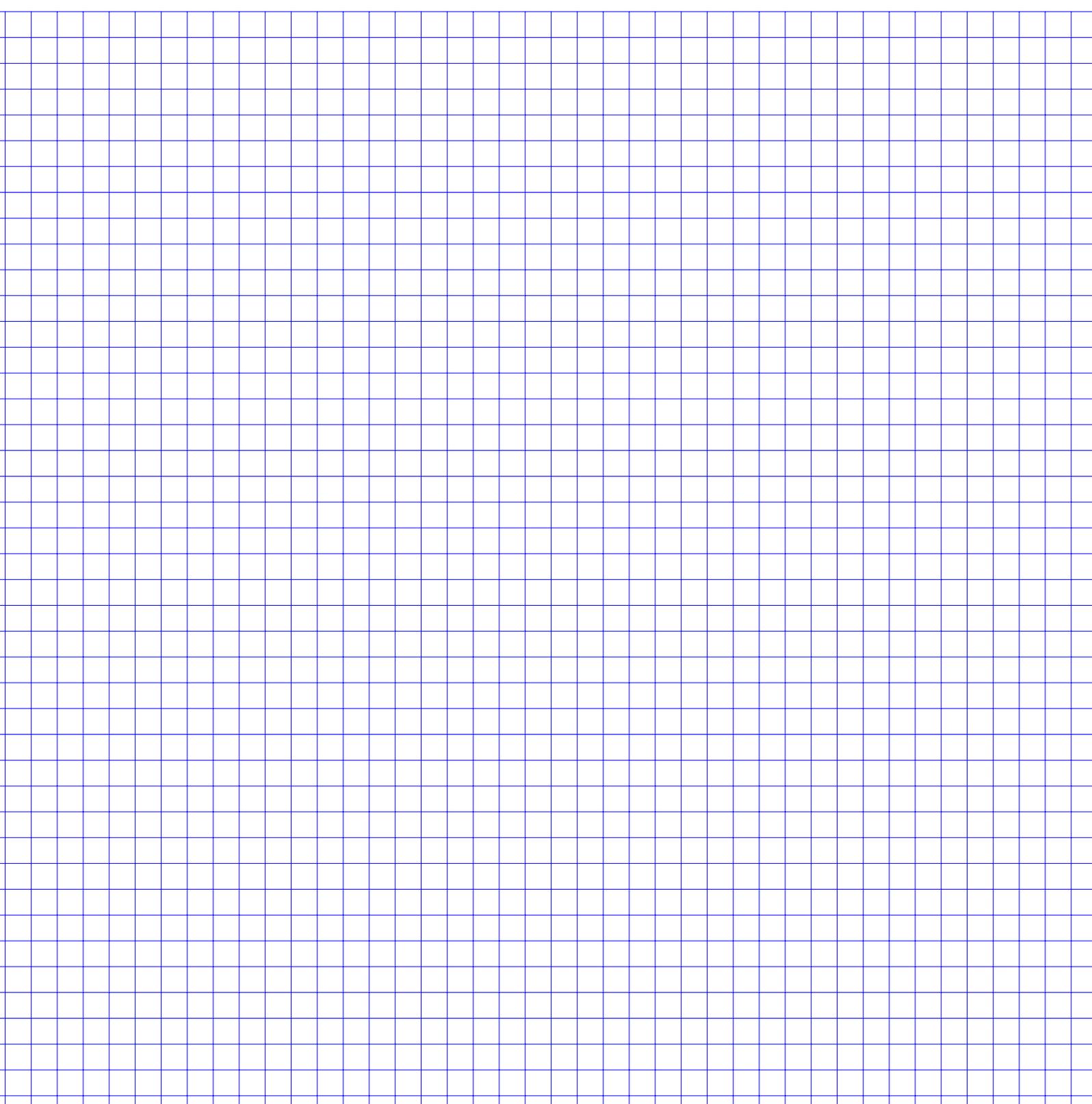
Aufgabe 1

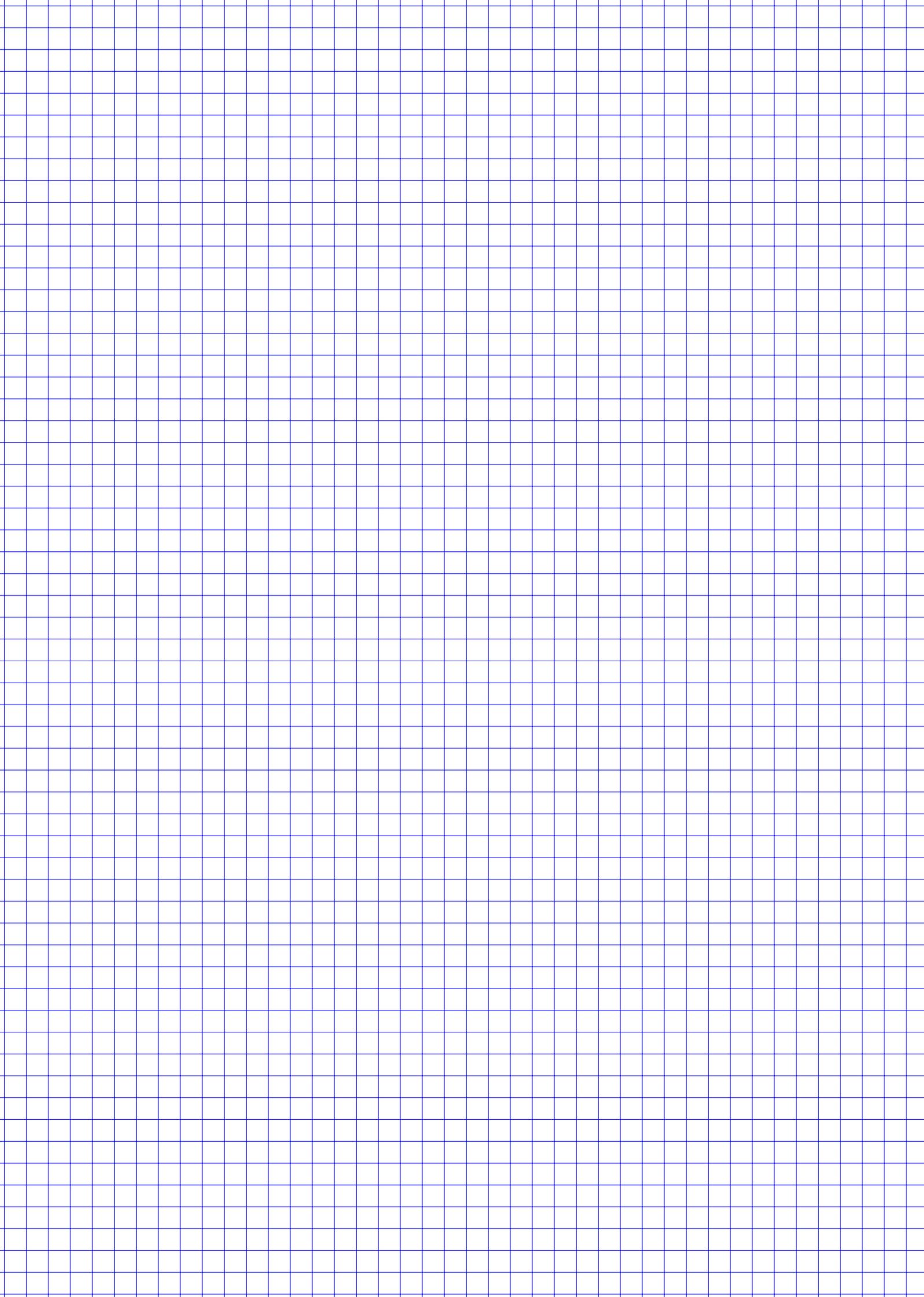
15 Punkte

Gegeben ist die reelle Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = y(3x - y^2) - x^3$$

- Bestimmen Sie den Gradienten von f .
- Bestimmen Sie alle Punkte, an denen der Gradient von f gleich 0 ist.
- Bestimmen Sie die Hessematrix $H_f(x,y)$.
- Prüfen Sie, ob es sich bei den in Teilaufgabe b) berechneten kritischen Stellen um Maxima, Minima oder Sattelpunkte handelt.





Aufgabe 2

15 Punkte

Karl hat 9 Personen nach der Anzahl der Gegenstände in ihrer Einkaufstasche gefragt. Leider hat er die Urliste verloren. Er kann sich aber noch an die folgenden Eckdaten erinnern:

$$\text{Spannweite} = 8,$$

$$\text{Median} = 3,$$

$$f(6) = 2/9,$$

$$\text{Modus} = 2 \text{ (eindeutig),}$$

$$h(1) = 1$$

$$F(4) \neq F(3).$$

Außerdem weiß Karl noch, dass jede befragte Person mindestens einen Gegenstand in ihrer Tasche dabei hatte.

- a) Schreiben Sie die sortierte Urliste der Anzahl der Gegenstände in den Einkaufstaschen auf.

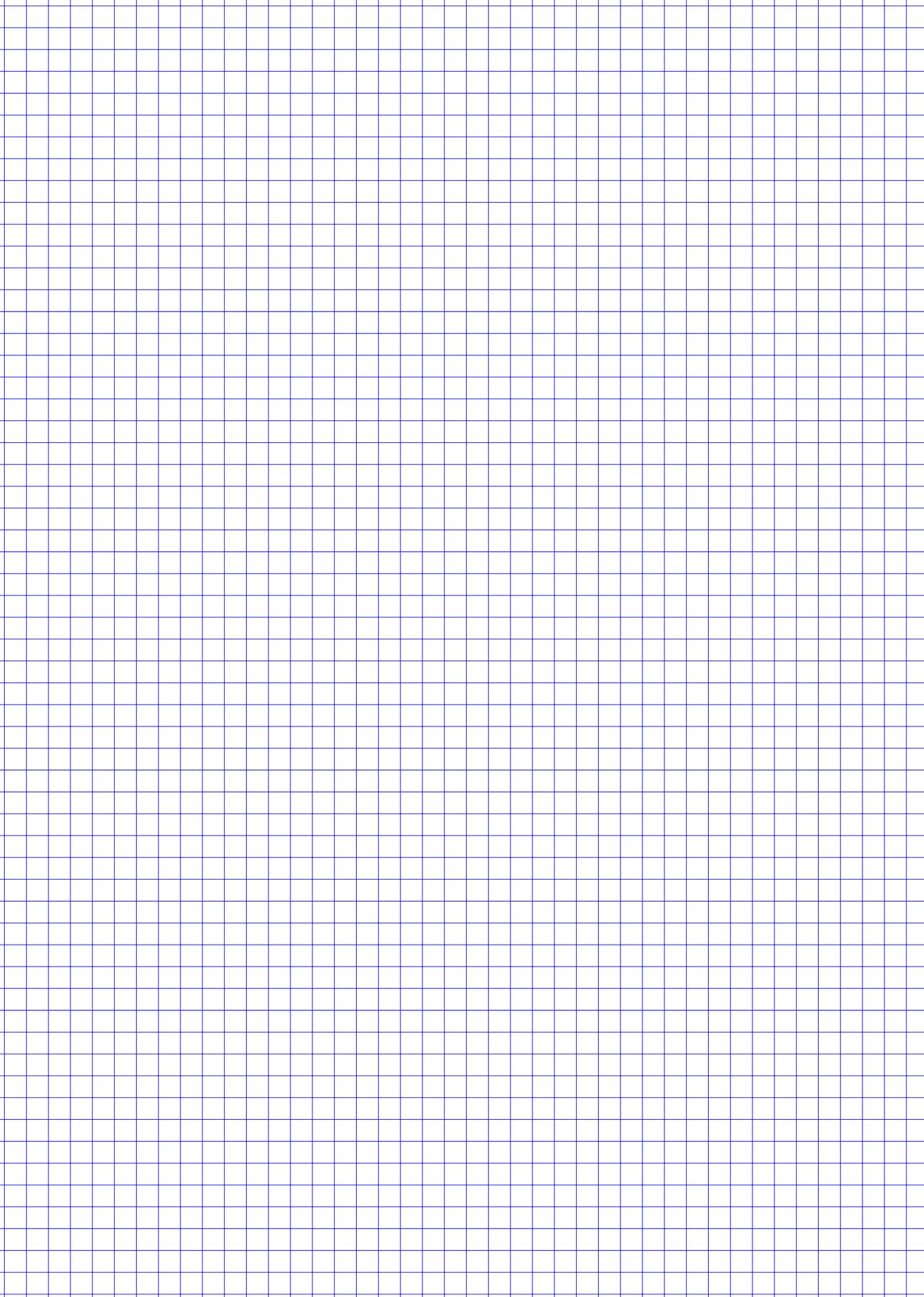
Für die Teilaufgaben b) - d) wird ein anderes Merkmal X mit folgender Urliste betrachtet:

$$x = (1, 1, 1, 2, 2, 5, 9)$$

- b) Berechnen Sie die kumulierten relativen Häufigkeiten.

R

- c) Geben Sie R-Befehle an, mit denen die empirische Verteilungsfunktion von x ausgegeben werden kann. Vergessen Sie nicht, zunächst die Urliste einem Vektor zuzuweisen.
- d) Zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion.



Aufgabe 3

15 Punkte

In einem Park wurden 30 Passanten gefragt, ob Sie einen Hund besitzen (Merkmal X) und wie viele Stunden sie durchschnittlich pro Woche spazieren gehen (Merkmal Y).

Zu diesen Daten ist die folgende unvollständige Kontingenztabelle gegeben:

X	Y			Summe
	[0, 1)	[1, 4.5)	[4.5, 6]	
Ja	<input type="text"/>	12	6	18
Nein	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Summe	6	18	6	<input type="text"/>

- a) Ergänzen Sie die fehlenden Zahlen in der Kontingenztabelle.
 b) Ergänzen Sie auch die beiden folgenden Tabellen

Bei Unabhängigkeit erwartete
Häufigkeiten, entspricht \tilde{h}_{ij} :

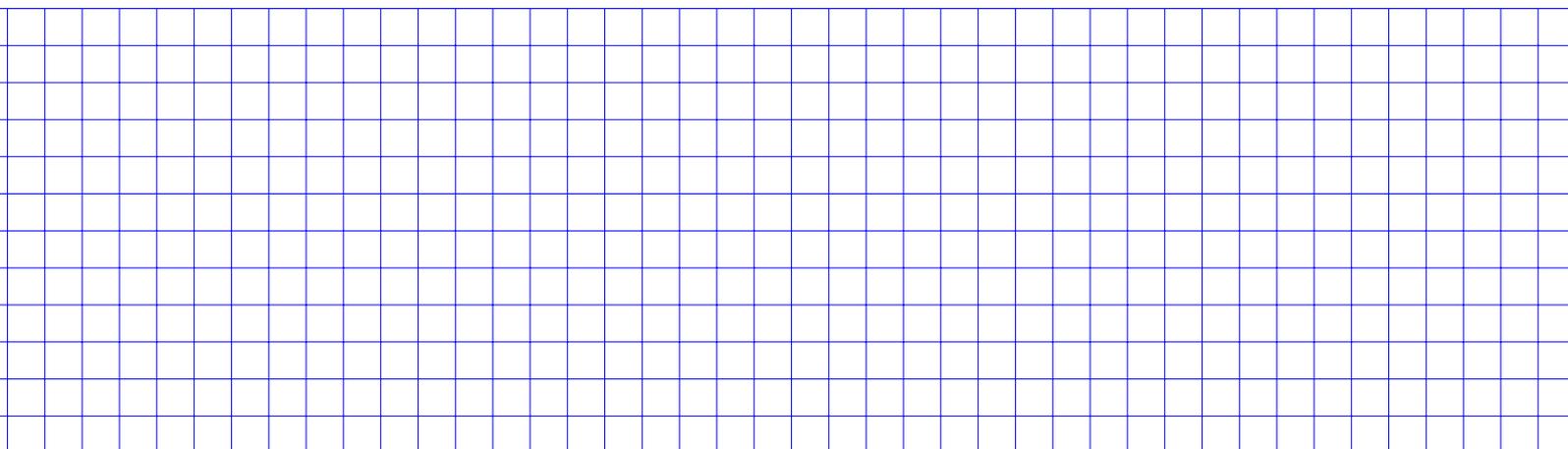
Quadrierte Residuen,
entspricht $\frac{(h_{ij} - \tilde{h}_{ij})^2}{\tilde{h}_{ij}}$:

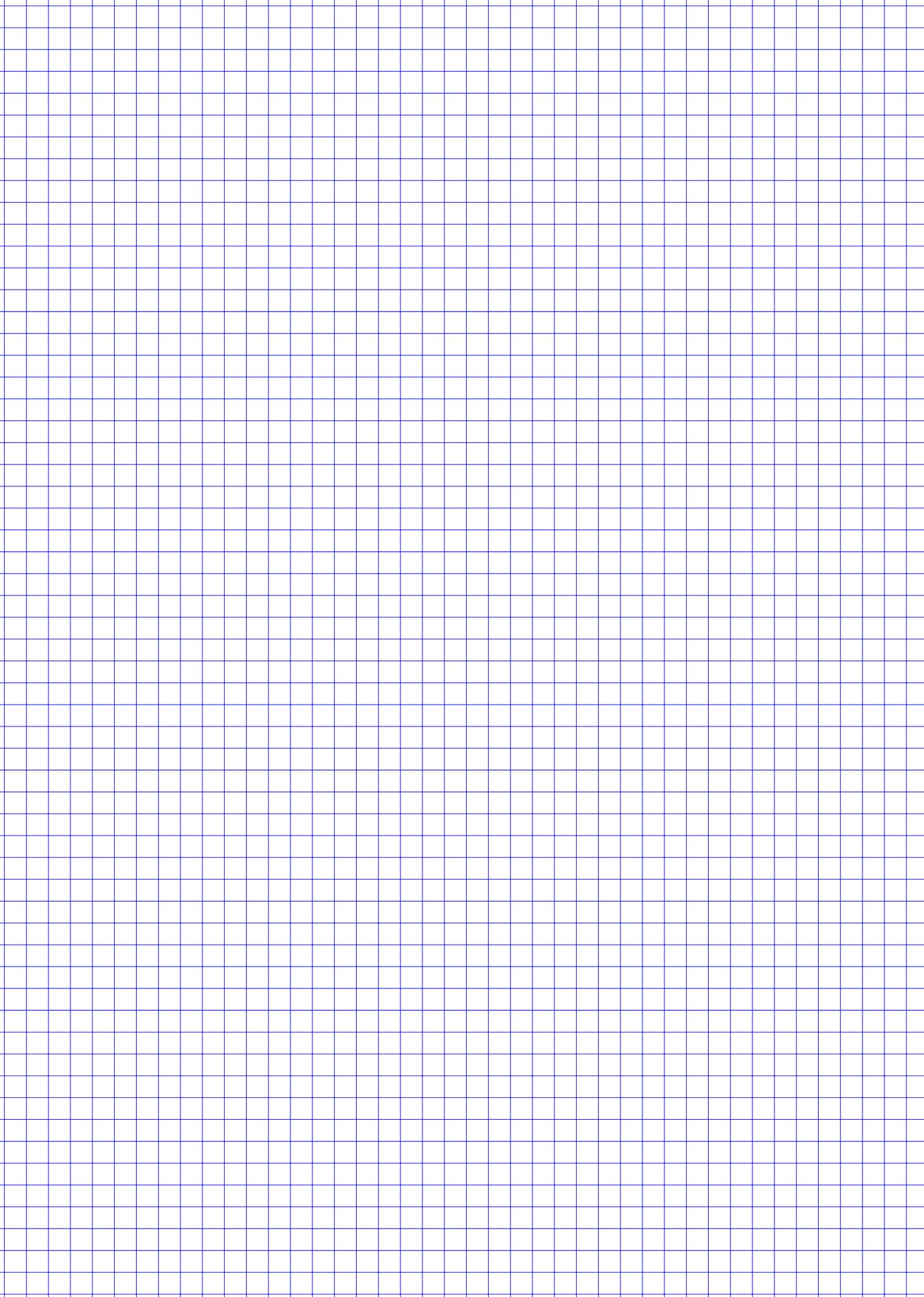
X	Y		
	[0, 1)	[1, 4.5)	[4.5, 6]
Ja	3.6	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Nein	<input type="text"/>	7.2	2.4

X	Y		
	[0, 1)	[1, 4.5)	[4.5, 6]
Ja	<input type="text"/>	$\frac{2}{15}$	$\frac{8}{5}$
Nein	$\frac{27}{5}$	$\frac{1}{5}$	<input type="text"/>

- c) Es ergibt sich $\chi^2 = 40/3$ (diesen Wert müssen Sie nicht nachrechnen). Bestimmen Sie den normierten Kontingenzkoeffizienten K_* .
 d) Erklären Sie in maximal 15 Worten allgemein die Bedeutung des normierten Kontingenzkoeffizienten (unabhängig vom Ergebnis der vorherigen Teilaufgaben).
 e) Zeichnen Sie ein Histogramm der Dauer der durchschnittlichen wöchentlichen Spaziergänge aller 30 Personen.
 f) Angenommen die konkreten Angaben der Personen zur durchschnittlichen Spaziergangsdauer pro Woche sind im R-dataframe $A.df$ im Merkmal Y abgelegt. Geben Sie R-Befehle an, mit der das Histogramm aus Aufgabe e) ausgegeben werden kann.

R





Aufgabe 4

13 Punkte

Gegeben ist für $b > a$ eine gleichverteilte Zufallsvariable X mit der Dichte

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{für } x \in [a, b] \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Es gilt für den Erwartungswert $E[X] = 12$ und die Varianz $\text{Var}[X] = 12$.

- a) Bestimmen Sie die Werte von a, b .

Falls Sie a) nicht lösen können (und nur dann), rechnen Sie bitte mit den (falschen) Werten $a = -3$ und $b = 11$ weiter.

- b) Bestimmen Sie $P(2 < X \leq 15)$.

- R** c) Geben Sie R-Befehle an, mit denen man das Ergebnis der Teilaufgabe b) ausgeben kann. Weisen Sie dazu zunächst die Variablen a, b zu und verwenden Sie die in R eingebaute Funktion für die Verteilungsfunktion der Gleichverteilung.

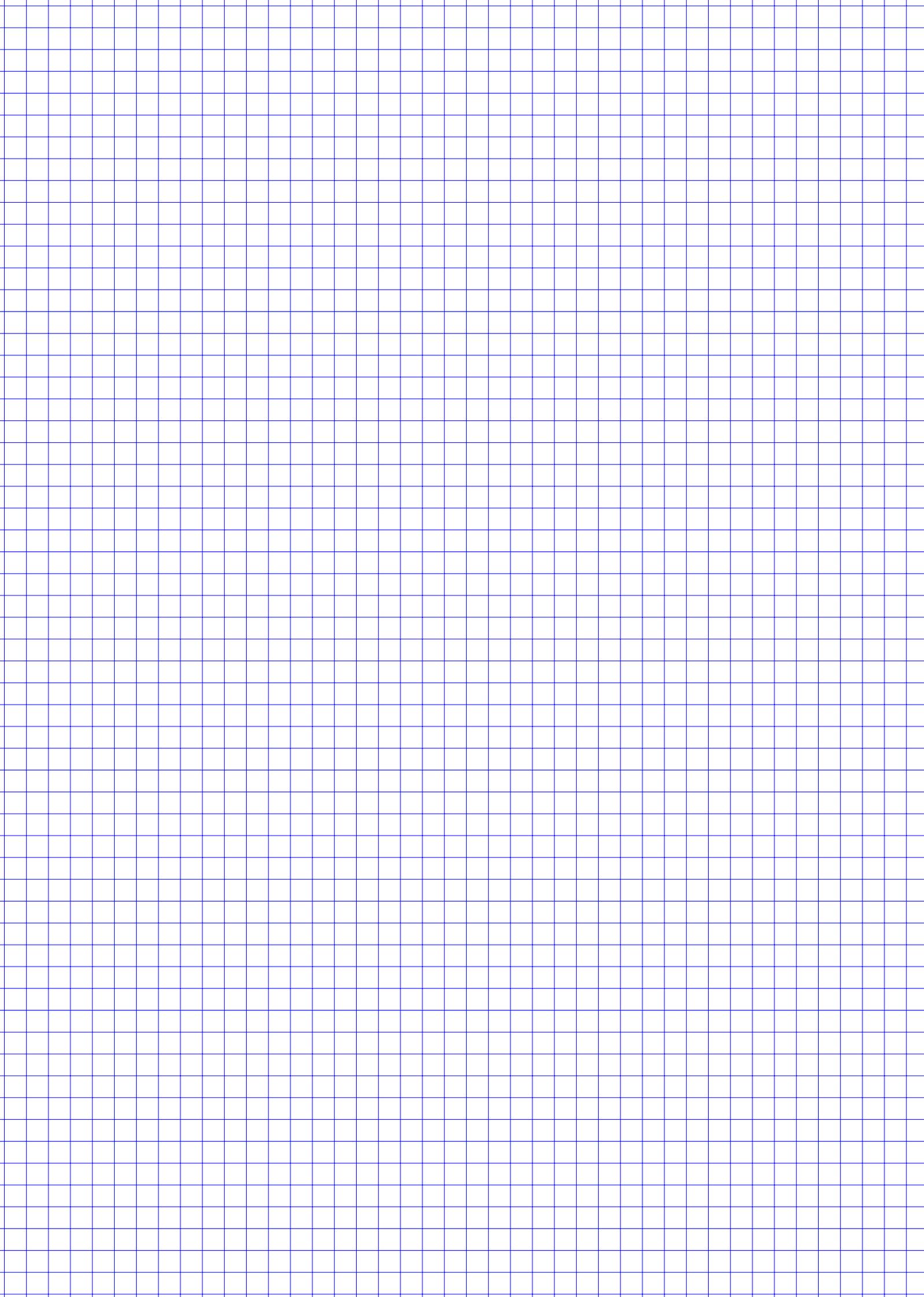
- d) Zeichnen Sie den Graph der Verteilungsfunktion von X .

Zusätzlich ist jetzt eine normalverteilte (und von X unabhängige) Zufallsvariable Y gegeben mit

$$Y \sim N(\mu = 10, \sigma = \sqrt{5}).$$

- e) Bestimmen Sie den Erwartungswert sowie die Varianz der Zufallsvariable Z mit

$$Z = \frac{2X - 5Y}{3}.$$



Aufgabe 5

19 Punkte

Bei den Konzerten der Boygroup *Bangtan Boys* berichten die Sanitäter, dass bei 97% der Konzerte höchstens 5 Ohnmachtsanfälle unter den Fans zu verzeichnen sind. Gehen Sie davon aus, dass die Anzahl X der Ohnmachtsanfälle poissonverteilt ist.

- Wie viele Fans werden durchschnittlich bei einem Konzert ohnmächtig?
- Bestimmen Sie $\text{Var}[X]$.

Hinweis: Wenn Sie a) nicht lösen können (und nur dann), rechnen Sie bitte mit (dem falschen Wert) $\lambda = 2$ weiter.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Konzert 3 bis 8 Fans einen Ohnmachtsanfall haben?
- Geben Sie R-Befehle an, die das Ergebnis der Teilaufgabe b) ausgeben.
- Im Sanitätszelt eines Konzerts stehen 8 Liegen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Liegen nicht für alle Ohnmächtigen ausreicht.

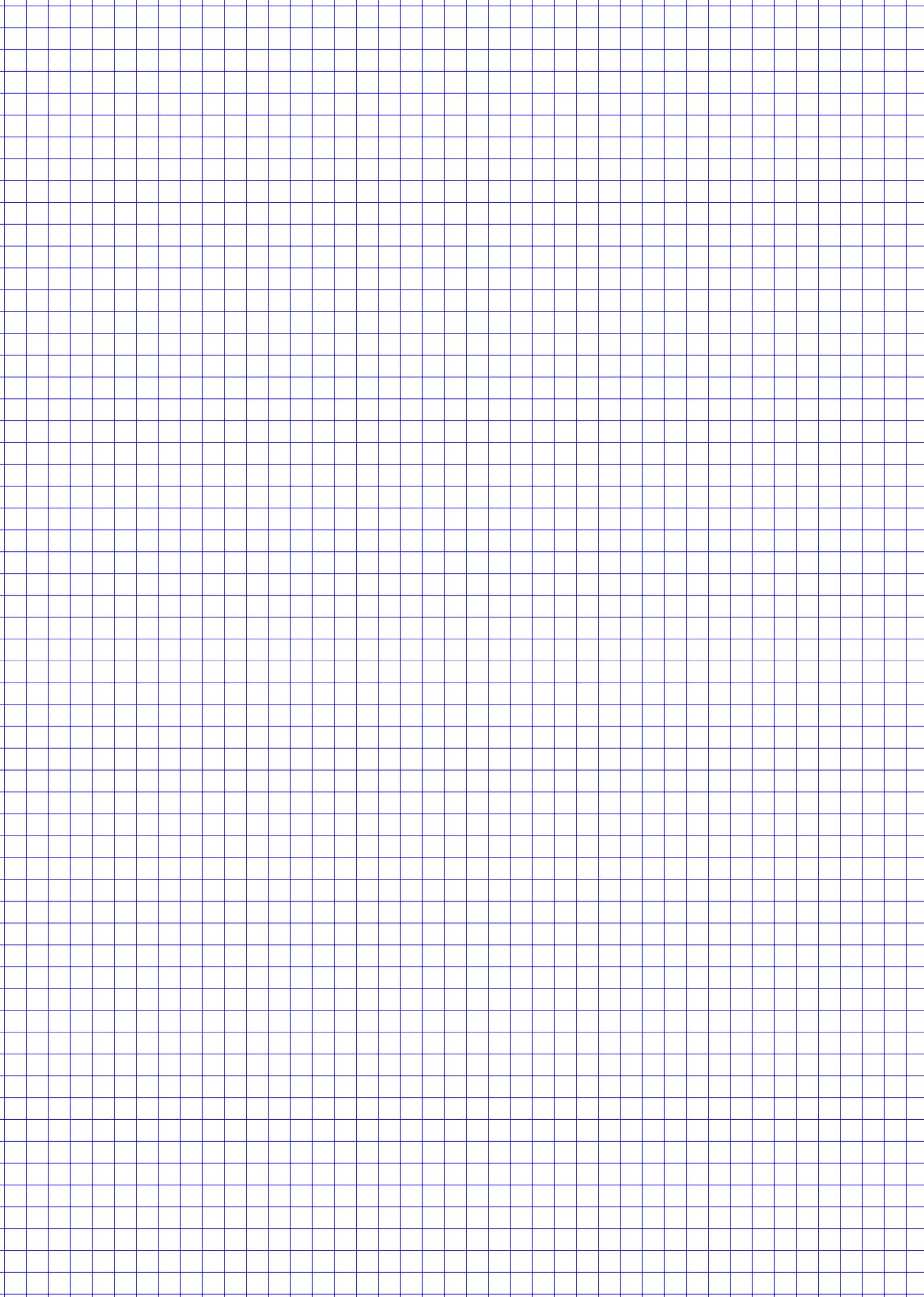
Hinweis: Nehmen Sie an, alle Ohnmächtigen eines Konzerts verlieren gleichzeitig das Bewusstsein.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei den ersten 5 Konzerten der Welttour kein Konzert dabei ist, bei dem mehr als 5 Ohnmachtsanfälle registriert werden?

Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass die Anzahl der Ohnmachtsanfälle der einzelnen Konzerte X_i unabhängig voneinander sind.

- Wie viele Leute sind auf einem durchschnittlichen Konzert, wenn die Wahrscheinlichkeit einen Ohnmachtsanfall zu bekommen 0.0005 beträgt?

R



Thor ist im Exil und hat das Gefühl, dass er ständig zunimmt. Damit er sich nicht so schlecht fühlt, möchte er wissen, ob es seinen Kollegen auch so geht. Er wählt unter allen seinen Superheldenfreunden (das ist die Grundgesamtheit) zufällig 5 aus (einfache Stichprobe) und befragt sie jeweils nach ihrem Gewicht am 1. Januar und am 1. Juli dieses Jahres. Er erhält die Antworten (siehe Tabelle 1), die er in einem R-tibble mit dem Bezeichner `D.Gewicht` speichert.

Daraus berechnet er jeweils die relative Gewichtsveränderung (gerundet auf ganze Prozent) und erhält damit Tabelle 2.

Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die prozentuale Gewichtsänderung in der Grundgesamtheit normalverteilt ist.

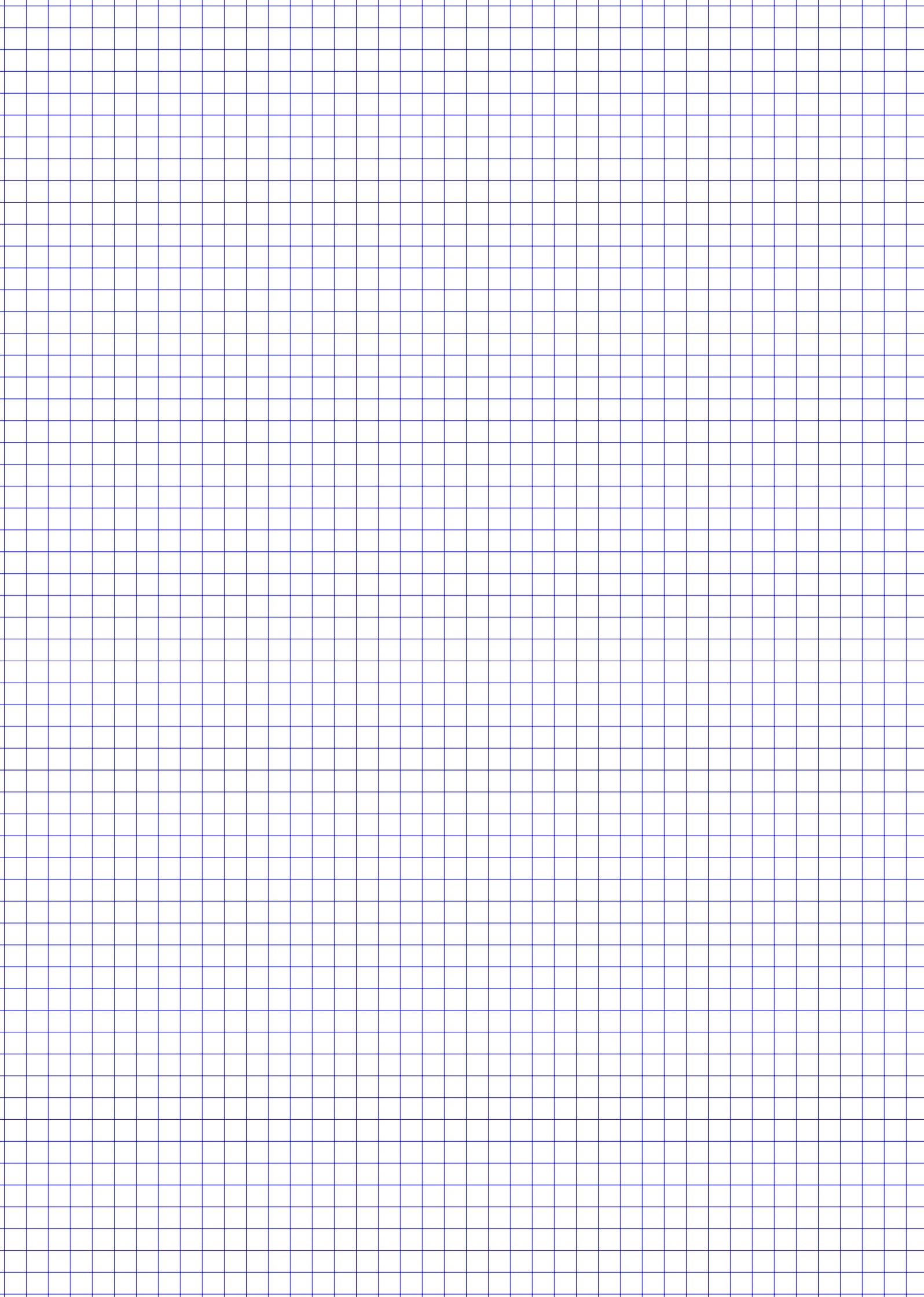
Name	Januar	Juli
Hulk	230	250
Ironman	86	93
Black Widow	62	58
Loki	61	60
Dr. Strange	78	79

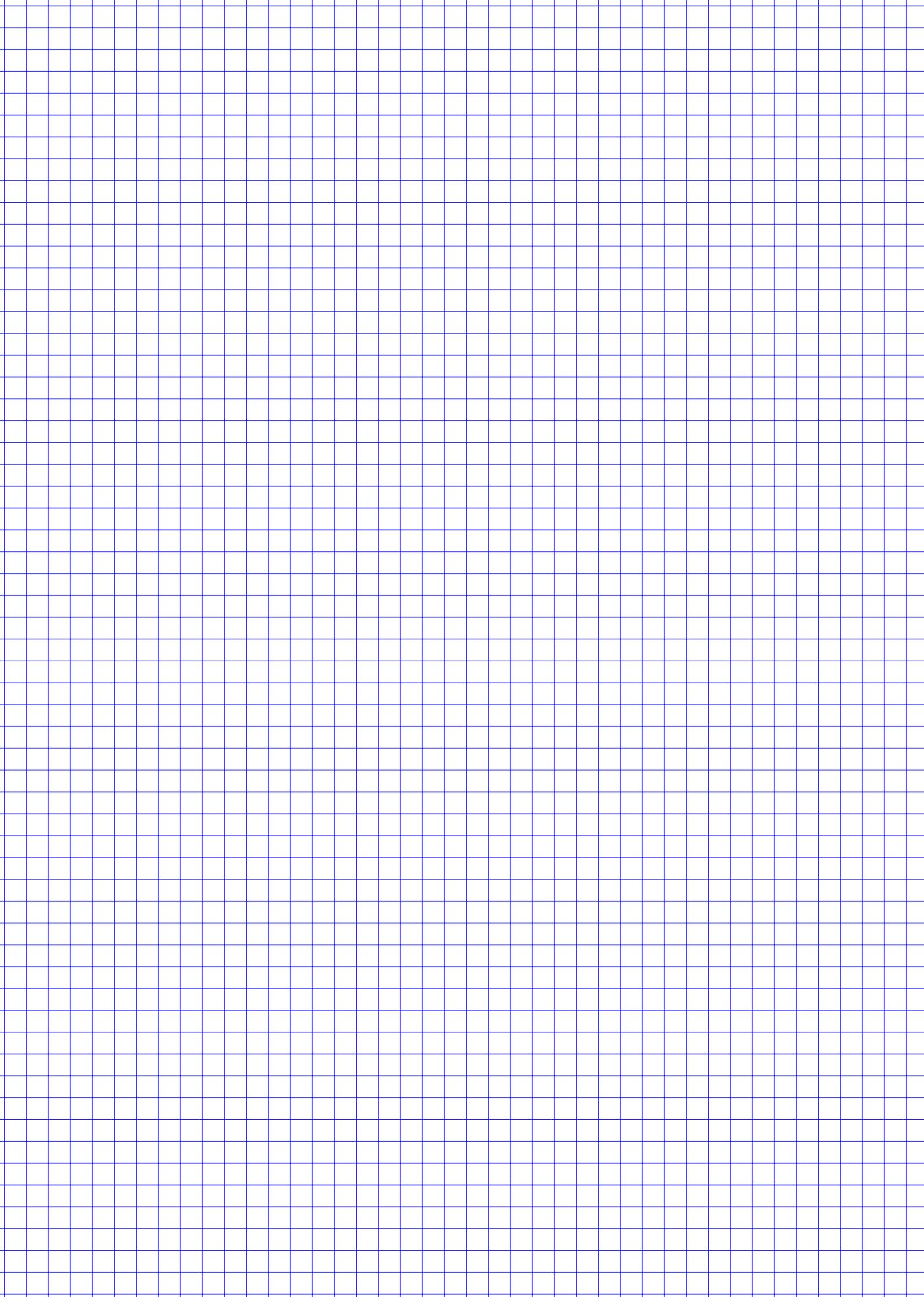
Tabelle 1: Gewicht im Januar und Juli

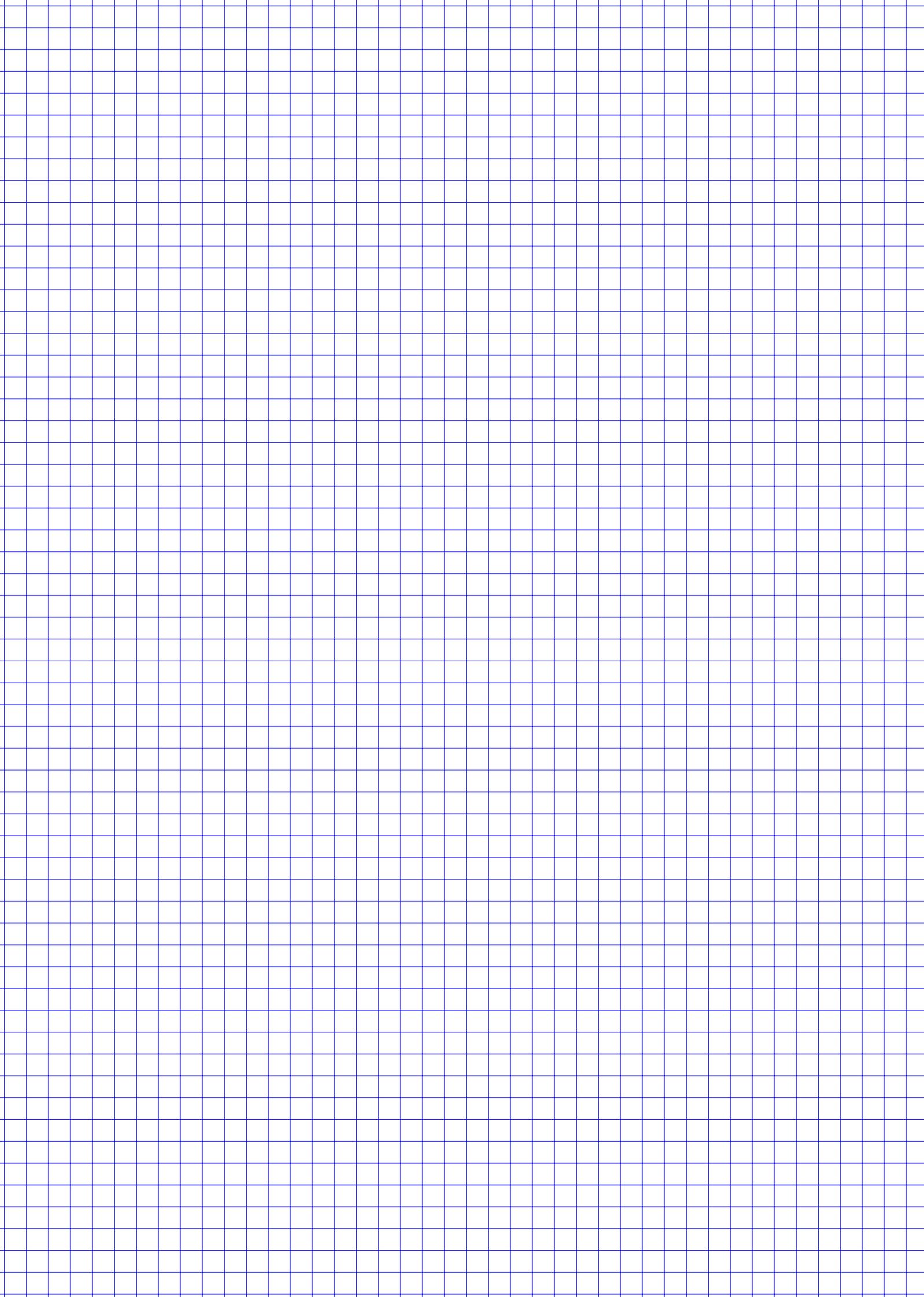
Name	prozentual
Hulk	9
Ironman	8
Black Widow	-6
Loki	-2
Dr. Strange	1

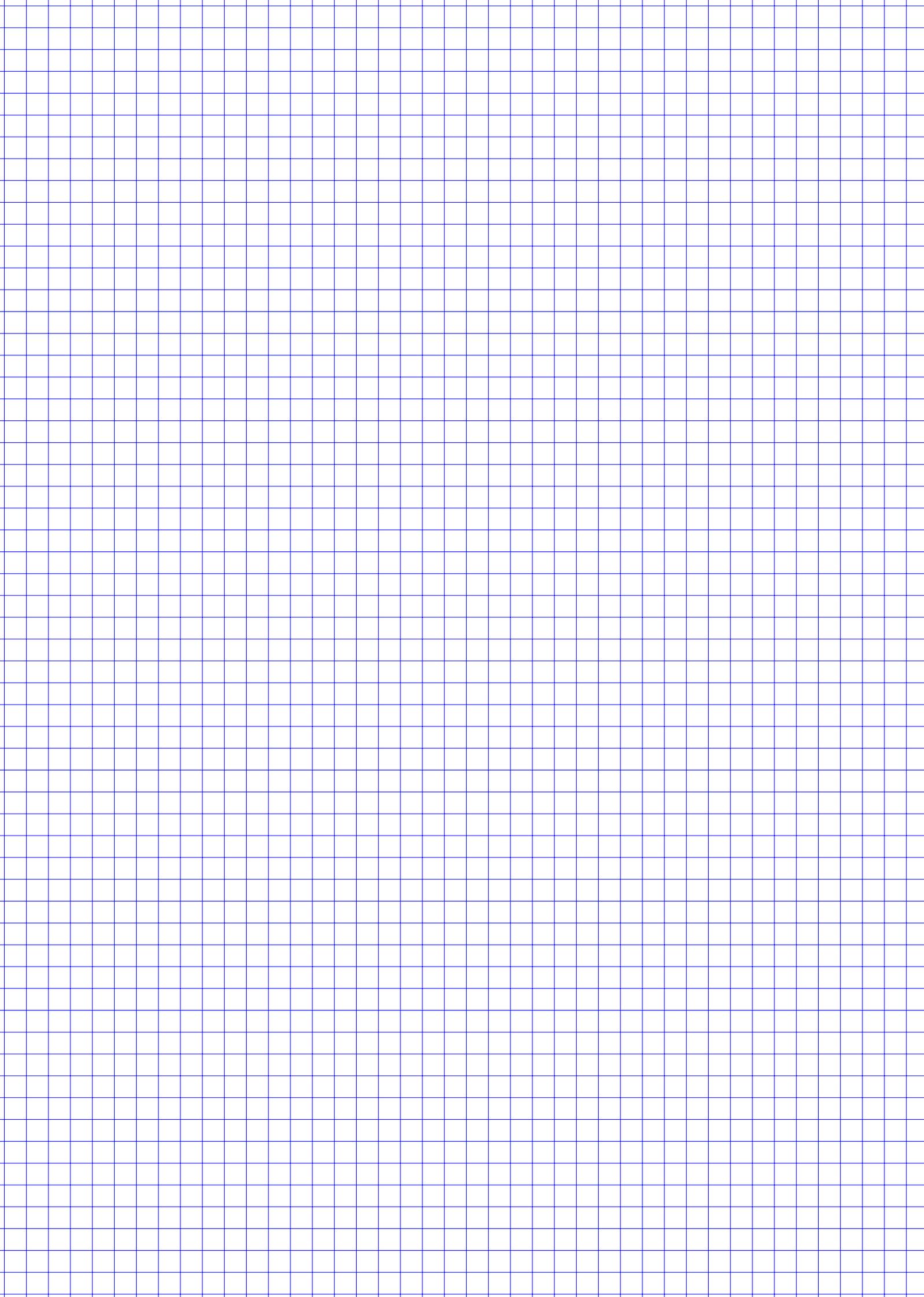
Tabelle 2: prozentuale Gewichtsveränderung

- R** a) Geben Sie R-Befehle an, mit dem aus dem tibble `D.Gewicht` die Tabelle 2 der relativen Gewichtsveränderung berechnet wird.
- b) Thor möchte ein Konfidenzintervall für die durchschnittliche prozentuale Gewichtsveränderung aller Superhelden zum Konfidenzniveau 98 % haben. Berechnen Sie dieses anhand der Stichprobe.
- R** c) Geben Sie *einen* R-Befehl an, mit dem man das Ergebnis aus Teilaufgabe b) bestimmen kann.
- d) Thor erfährt, dass die Standardabweichung der prozentualen Gewichtsänderung in der Grundgesamtheit aller Superhelden 2 (Prozentpunkte) beträgt. Wie viele Superhelden müsste er mindestens befragen, damit sein Konfidenzintervall (Niveau 98 %) höchstens 4 Prozentpunkte breit ist?









Verteilungsfunktion Φ der Standardnormalverteilung

Dabei bedeutet $\Phi(x)$ zum Beispiel: $\Phi(2,13) = \Phi(2,1 + 0,03) = 0,9834$. Diesen Wert findet man in der Zeile mit $x_1 = 2,1$ und der Spalte mit $x_2 = 0,03$.

$x_1 \backslash x_2$	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1	0.84134	0.84375	0.84614	0.84850	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976

α -Fraktile der t -Verteilung mit n Freiheitsgraden

$\downarrow n \setminus \alpha \rightarrow$	0.6	0.75	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.325	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706	31.820	63.657
2	0.289	0.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	0.979	1.638	2.353	3.183	4.541	5.841
4	0.271	0.741	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	0.889	1.397	1.860	2.306	2.897	3.355
9	0.261	0.703	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.698	0.875	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.696	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.054
13	0.259	0.694	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.691	0.866	1.341	1.753	2.131	2.603	2.947
16	0.258	0.690	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	0.856	1.316	1.708	2.059	2.485	2.787
26	0.256	0.684	0.856	1.315	1.706	2.055	2.479	2.779
27	0.256	0.684	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	0.855	1.312	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750