



Vorname:

Nachname:

Matrikel-Nr.:

Studiengang:

Versuch Nr.:

Klausur Wirtschafts- und Finanzmathematik

Prüfer	Burkart, Etschberger, Henle
Prüfungsdatum	9. Juli 2018
Prüfungsort	Augsburg
Studiengang	BW, IM

Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Punkte:	90

Die Klausur umfasst	6 Aufgaben auf 17 Seiten
---------------------	--------------------------

Zugelassene Hilfsmittel	Schreibzeug, Taschenrechner, der nicht 70! berechnen kann, ein mit dem Namen versehenes Din-A4 Blatt mit handgeschriebenen Notizen (keine Kopien oder Ausdrucke)
-------------------------	--

Weitere Regularien:

- ▶ Bitte überprüfen Sie *vor* Bearbeitungsbeginn die Vollständigkeit der Klausurangabe.
- ▶ Tragen Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein.
- ▶ Die Heftung der Klausur darf nicht verändert werden.
- ▶ Bitte tragen Sie die Lösung zu den jeweiligen Aufgaben *nur* direkt im Anschluss an die jeweilige Angabe ein. Sollte der Platz dort nicht ausreichen, verwenden Sie die Ersatzblätter am Ende der Klausurangabe.
- ▶ Ergebnisse (auch Zwischenergebnisse) müssen mit mind. 4 gültigen Ziffern angegeben werden.
- ▶ Der Lösungsweg muss klar dokumentiert werden.
- ▶ Die Klausur ist in ordentlich lesbarer Form zu bearbeiten. Schwer lesbare Teile der Klausur werden als ungültig ersatzlos gestrichen.
- ▶ Die Klausur unterliegt der für Sie zur Zeit gültigen Prüfungsordnung.
- ▶ Bitte verwenden Sie *keine rote Farbe* zur Bearbeitung der Klausur.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte	<input style="width: 40px; height: 40px;" type="text"/>					
maximal	14	15	19	13	19	10

Aufgabe 1

14 Punkte

- a) Bestimmen Sie die Wahrheitswerte der folgenden aus den Aussagen A, B zusammengesetzten Aussagen. Tragen Sie dazu in der folgenden Wahrheitstabelle in die Kästchen jeweils w (wahr) beziehungsweise f (falsch) ein.

A B	w w	w f	f w	f f
\bar{B}	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\bar{B} \vee A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\bar{B} \Leftrightarrow A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$(\bar{B} \vee A) \Rightarrow (\bar{B} \Leftrightarrow A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- b) Gegeben ist die Menge $M = \{\emptyset, 0, \{1, 0\}\}$. Geben Sie den Wahrheitsgehalt jeder Aussage jeweils im nebenstehenden Kästchen mit w (wahr) beziehungsweise f (falsch) an.

$1 \subseteq M$ $\{1\} \subseteq M$ $\emptyset \in M$
 $\emptyset \subseteq M$ $\{\emptyset\} \subseteq M$ $\{0\} \subseteq M$

- c) Gegeben ist die Reihe (s_n) für $n \in \mathbb{N}$ mit $s_n = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i$.

R

- c.1) Mit den folgenden Zeilen R-Code soll eine Wertetabelle und der Funktionsgraph für die ersten 20 Partialsummen von (s_n) dargestellt werden. Darin sind genau 4 Fehler enthalten und es fehlt ein Befehl. Markieren und korrigieren Sie diese Fehler und ergänzen Sie den fehlenden Befehl. (Sie können die Korrekturen gerne direkt am Code durchführen, sofern alles leserlich dargestellt ist.)

```
ai = function(i) {2^i}
sumn = function(n) { sum( (0:(n-1)) ) }

# mit sapply funktioniert die Funktion
# auch mit einem Vektor als Argument
sn = function(n){ sapply(n, sum_n) }

n = 1-20

# Wertetabelle und plot:
data.frame(n, sn() )

grid()
```

- c.2) Stellen Sie (s_n) in einer Schreibweise ohne Summenzeichen als explizite Folge dar.
- c.3) Setzen Sie die Schreibweise mit Summenzeichen (aus der Angabe) mit Ihrer Schreibweise ohne Summenzeichen (aus der obigen Teilaufgabe) gleich und beweisen Sie die Gültigkeit der Gleichung mit Hilfe vollständiger Induktion.



Aufgabe 2

15 Punkte

- a) Für eine arithmetische Folge (a_n) und der Differenz $d \in \mathbb{R}$ gilt bekanntlich für alle $n \in \mathbb{N}_0$ der folgende rekursive Zusammenhang:

$$a_{n+1} = a_n + d$$

Formulieren Sie diesen Zusammenhang in expliziter Form.

- b) Gegeben ist die Folge (b_n) für $n \in \mathbb{N}$ mit:

$$b_n = 3 \cdot (-1)^n + (-1)^{n-1}$$

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie jeweils Ihre Antworten.

- b.1) (b_n) ist eine arithmetische Folge.
- b.2) (b_n) ist eine geometrische Folge.
- b.3) (b_n) besitzt einen Grenzwert.
- b.4) Die auf (b_n) aufbauende Reihe (r_n) mit $r_n = \sum_{i=1}^n (3 \cdot (-1)^i + (-1)^{i-1})$ ist konvergent.



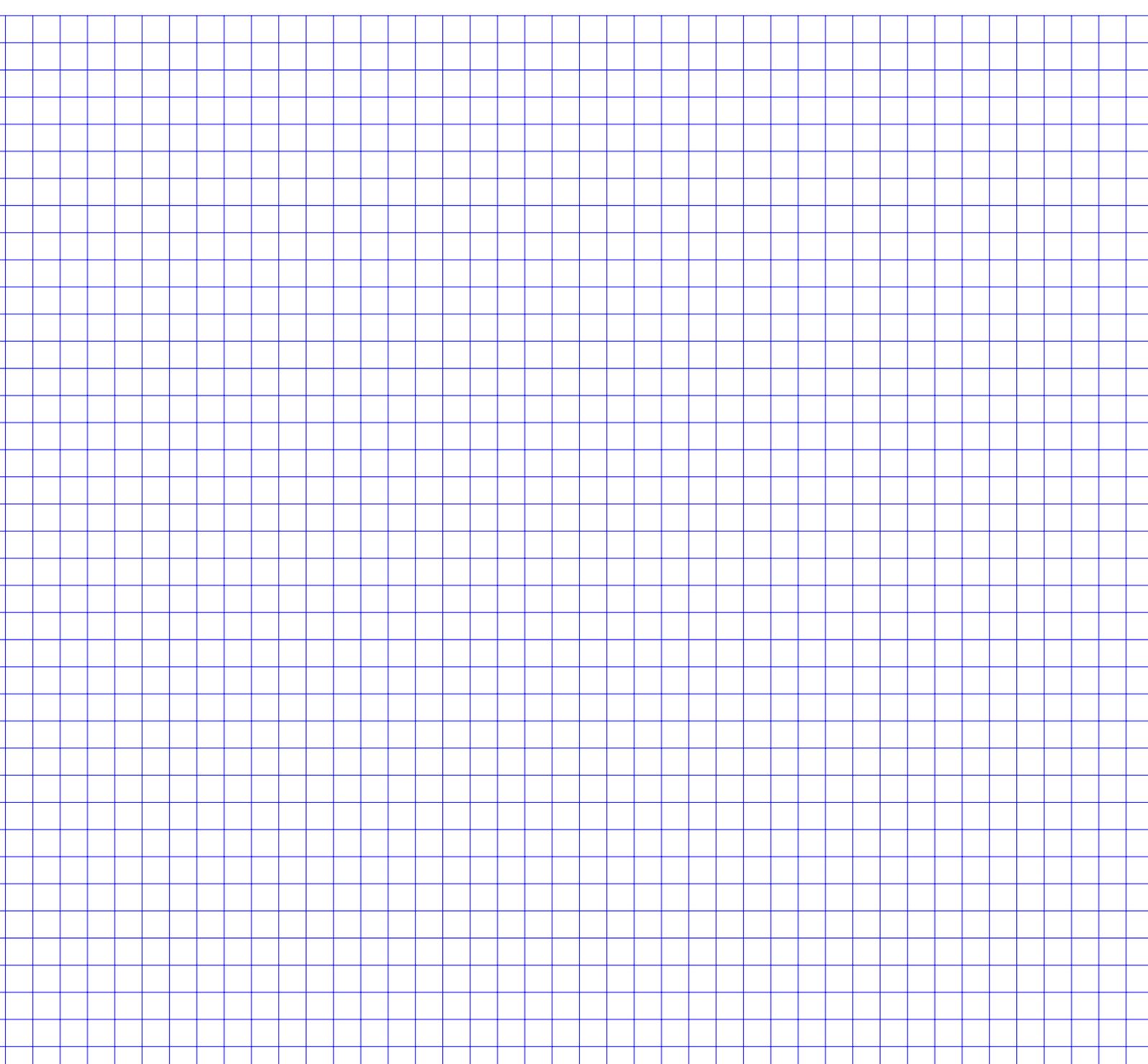
Aufgabe 3

19 Punkte

Gegeben sei die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{-x + 1}$$

- Geben Sie den maximalen Definitionsbereich $D_f \subset \mathbb{R}$ von f an.
- Berechnen Sie die Nullstellen von f .
- Führen Sie eine Polynomdivision (mit Rest) mit dem Funktionsterm von f durch und untersuchen Sie damit das asymptotische Verhalten von f für $x \rightarrow \pm\infty$.
- Untersuchen Sie das Monotonieverhalten der Funktion f : Für welche x ist die Funktion f monoton fallend, für welche x monoton steigend?
- Die Funktion f hat zwei lokale Extrema. Bestimmen Sie deren Lage und entscheiden Sie, ob es sich jeweils um ein Maximum oder ein Minimum handelt.
(Hinweis: Benutzen Sie für die Bestimmung der Art der Extrema die zweite Ableitung von f .)





Aufgabe 4

13 Punkte

Im folgenden gelte ein jährlicher Kalkulationszinssatz von $i = q - 1$. Kreuzen Sie pro Aussage jeweils genau einmal wahr oder falsch an.

- a) Zwei Geldbeträge A_{t_1}, A_{t_2} , die jeweils zu den Zeitpunkten $t_1 < t_2$ gezahlt werden heißen finanzmathematisch äquivalent, genau dann wenn

	wahr	falsch
A_{t_1} sich von A_{t_2} um $i \cdot (t_2 - t_1)$ unterscheidet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A_{t_1} und A_{t_2} gleich hoch sind.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A_{t_1} : A_{t_2} = q^{t_1 - t_2}$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A_{t_1} \cdot q^{t_2} = A_{t_2} \cdot q^{t_1}$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- b) Zu einem Investitionsprojekt mit den Zahlungen A_t zu den Zeitpunkten $t = 0, \dots, n$ und einem Kalkulationszinssatz $i = q - 1$ bezeichnet man den Kapitalwert als

	wahr	falsch
die Summe der diskontierten Zahlungen $\sum_{t=0}^n A_t \cdot q^{-t}$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
die Summe der aufgezinnten Zahlungen $\sum_{t=0}^n A_t \cdot q^{n-t}$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
die Summe der Zinsen der Zahlungen $\sum_{t=0}^n A_t (q^{n-t} - 1)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- c) Bei einer Investition mit den Zahlungen A_t ($t = 0, \dots, n$) bezeichnet man den *internen Zins* als den Zinssatz $i = q - 1 \neq 0$, bei dem

	wahr	falsch
der Kapitalwert gleich dem Barwert aller negativen Zahlungen ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
der Kapitalwert gleich 0 ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
die aufsummierten diskontierten künftigen (positiven) Rückflüsse der Summe der diskontierten (negativen) Investitionen entsprechen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- d) Mit welchem Monatszinsfaktor q_{Monat} rechnen Sie bei regelmäßigen, konstant hohen monatlichen Zahlungen bei einem nominalen Jahreszinsfaktor von $q = i + 1$ und monatlicher Zinsabrechnung?

	wahr	falsch
$q_{\text{Monat}} = \frac{i}{12} + 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$q_{\text{Monat}} = \sqrt[12]{q/12}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$q_{\text{Monat}} = \sqrt[12]{i + 1}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Aufgabe 5

19 Punkte

Ein Betrieb stellt die Produkte P_1 , P_2 , P_3 her. Zur Fertigung müssen diese Produkte jeweils mit den Maschinen M_1 , M_2 , M_3 bearbeitet werden.

Für die Fertigstellung einer Einheit des Produkts P_1 werden mit Maschine M_1 genau 3 Stunden, mit M_2 genau 2 Stunden und mit M_3 genau 1 Stunde benötigt.

Eine Einheit des Produkts P_2 braucht mit den Maschinen M_1 und M_3 jeweils 2 Stunden.

Eine Einheit des Produktes P_3 wird in 3 Stunden mit der Maschine M_1 , in 5 Stunden mit M_2 und in 4 Stunden mit M_3 fertiggestellt.

Jede der drei Maschinen läuft genau 120 Stunden.

- a) Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem zu diesem Problem auf. Bezeichnen Sie dabei mit x_1 die Anzahl der Einheiten des Produkts P_1 , mit x_2 die Anzahl der Einheiten des Produkts P_2 und mit x_3 die Anzahl der Einheiten des Produkts P_3 .

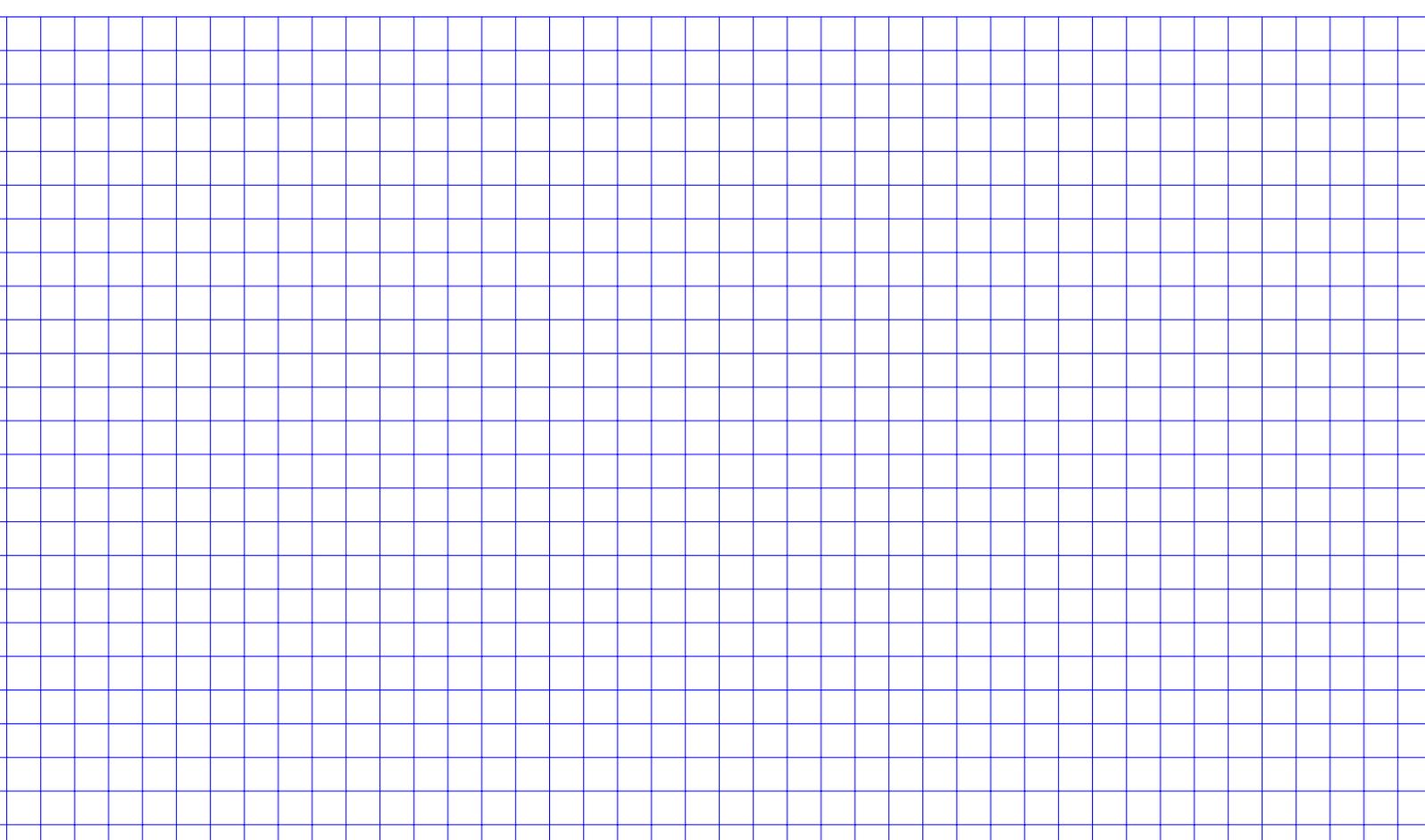
Jetzt ist folgendes lineares Gleichungssystem gegeben:

$$\begin{array}{l} \hline G_1 : \quad 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 120 \\ G_2 : \quad 2x_1 + \quad \quad 5x_3 = 120 \\ G_3 : \quad 7x_1 + 2x_2 + 13x_3 = 360 \\ \hline \end{array}$$

- b) Bestimmen Sie unter Verwendung des Algorithmus von Gauß und Jordan alle Lösungen des Gleichungssystems.
- c) Wie ändert sich die Lösungsmenge, wenn Sie zusätzlich die Gleichung

$$G_4 : \quad x_1 + x_2 + x_3 = 45$$

mit in das Gleichungssystem aufnehmen?





Aufgabe 6**10 Punkte**

Gegeben ist folgende Matrix

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Eigenwerte sowie die Eigenvektoren zu S .

