Hochschule Augsburg - Fakultät AW

Professur für Wirtschaftsmathematik und Statistik

Prof. Dr. Stefan Etschberger

Vorname: ....

Nachname: ....

Matrikel-Nr.: ....

Studiengang: ....

Versuch Nr.: ....

Klausur Ingenieurmathematik 2

Prüfer	Etschberger, Zerbe
Prüfungsdatum	28. September 2019
Prüfungsort	Augsburg
Studiengang	Bbgl. W-Ing
Bearbeitungszeit:	120 Minuten
Punkte:	90
Die Klausur umfasst	7 Aufgaben auf 19 Seiten
Zugelassene Hilfsmittel	Zwei DIN-A4 Blätter mit Notizen (handschriftlich vom Prüfling verfasst und mit Namen versehen), Taschenrechner (der nicht 70! berechnen kann)

Weitere Regularien:

- Bitte überprüfen Sie *vor* Bearbeitungsbeginn die Vollständigkeit der Klausurangabe.
- Tragen Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein.
- Die Heftung der Klausur darf nicht verändert werden.
- Bitte tragen Sie die Lösung zu den jeweiligen Aufgaben *nur* direkt im Anschluss an die jeweilige Angabe ein. Sollte der Platz dort nicht ausreichen, verwenden Sie die Ersatzblätter am Ende der Klausurangabe.
- Ergebnisse (auch Zwischenergebnisse) müssen mit mind. 4 gültigen Ziffern angegeben werden.
- Der Lösungsweg muss klar dokumentiert werden.
- Die Klausur ist in ordentlich lesbarer Form zu bearbeiten. Schwer lesbare Teile der Klausur werden als ungültig ersatzlos gestrichen.
- Die Klausur unterliegt der für Sie zur Zeit gültigen Prüfungsordnung.
- Bitte verwenden Sie *keine rote Farbe* zur Bearbeitung der Klausur.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7
Punkte							
maximal	10	19	16	12	11	12	10

Aufgabe 1 **10 Punkte**

a) Berechnen Sie $\int \left(4x^3 + x - \frac{4}{x}\right)\, \mathrm{d}x$.

b) Berechnen Sie mit partieller Integration $\int_0^\pi 2x\ \sin(0{,}5\,x)\ \mathrm{d}x$.

Aufgabe 2 **19 Punkte**

Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = 2x^3 + 2y^3 + 3x^2 - 3y^2 - 12x - 12y\,.$$

a) Berechnen Sie die ersten und zweiten partiellen Ableitungen von f.

b) Berechnen Sie die Richtungsableitung der Funktion am Punkt (3; 1) in Richtung $\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$.

c) Berechnen Sie die möglichen Kandidaten für Extremwerte.

d) Geben Sie die Hesse-Matrix H_f von f an.

e) Berechnen Sie für die beiden Punkte $(-2;-1)$ und $(-2;2)$ jeweils die Eigenwerte der zugehörigen Hesse-Matrix H_f und bestimmen Sie anhand dieser Eigenwerte jeweils, ob und um welche Art von Extremwert es sich handelt.

Aufgabe 3 **16 Punkte**

a) Lösen Sie mit dem Verfahren *Trennung der Variablen* die folgende Differentialgleichung

$$2y'\sqrt{x} = y\,.$$

b) Lösen Sie die homogene lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten

$$y'' - 9\,y = 0\,.$$

Geben Sie die Lösung an, die für $x = 0$ den Wert 2 hat und deren erste Ableitung dort den Wert 0 annimmt.

c) Sind die Funktionen f_1, f_2 mit

$$f_1(x,t) = x^2 - 6xt + 9t^2\,,$$
$$f_2(x,t) = x + 2xt + t$$

Lösungen der partiellen Differentialgleichung

$$2\,\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial f}{\partial x} = 0\ ?$$

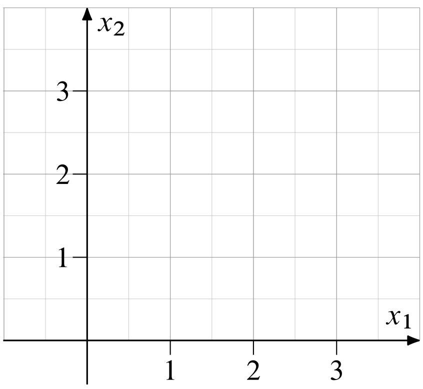
Aufgabe 4 **12 Punkte**

Gegeben sind die vier Mengen

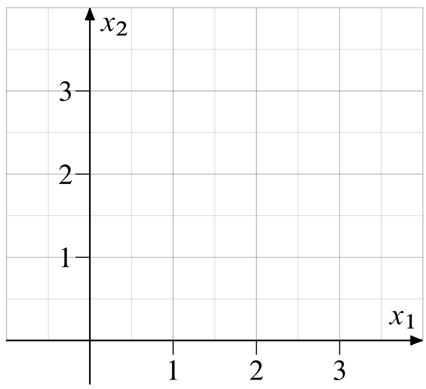
$$
\begin{aligned}
M_1 &= \left\{x \in \mathbb{R}^2_+ : (x_1 - 2.5)^2 + (x_2 - 2.5)^2 > 0.25 \text{ and } (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 < 1\right\} , \\
M_2 &= \left\{x \in \mathbb{R}^2_+ : x_2 \geqq x_1 \text{ und } x_1 + x_2 \leqq 3\right\} , \\
M_3 &= \left\{x \in \mathbb{R}^2_+ : 1 \leqq x_1 \leqq 3\right\} , \\
M_4 &= \left\{x \in \mathbb{R}^2_+ : x_1 \leqq 3 \text{ und } x_2 = \frac{1}{3}x_1 + 1\right\} .
\end{aligned}
$$

a) Zeichnen Sie die Mengen $M_1, \ldots, M_4$ jeweils in das zugehörige Koordinatensystem ein.

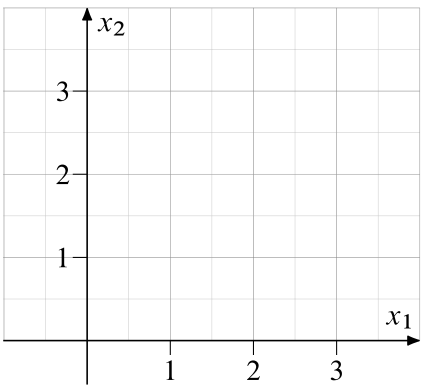
M_1



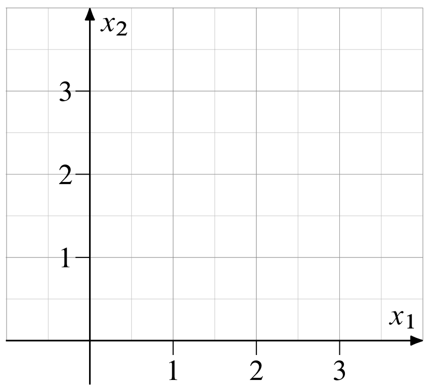
M_2



M_3



M_4



b) Kreuzen Sie in nebenstehender Tabelle jeweils genau die Eigenschaften an, die für die jeweilige Menge zutreffen.

Menge	M_1	M_2	M_3	M_4
offen				
abgeschlossen				
beschränkt				
konvex				
leer				

Aufgabe 5

11 Punkte

Betrachtet wird eine Matrix $M \in \mathbb{R}^{3\times 3}$. Von M sind die Eigenwerte λ_i sowie die zugehörigen Eigenvektoren v_i bekannt:

$$\lambda_1 = 2, \quad \lambda_2 = 0, \quad \lambda_3 = -1, \qquad v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Matrix M.

Aufgabe 6 **12 Punkte**

Gegeben ist folgendes lineares Gleichungssystem:

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcrcr}
G_1: & & & x_2 & + & & & 4x_4 & + & x_5 & = & 50 \\
G_2: & -1x_1 & + & 5x_2 & + & -1x_3 & + & 4x_4 & + & 9x_5 & = & 50 \\
G_3: & x_1 & + & 4x_2 & + & 3x_3 & + & & & & = & 40 \\
G_4: & -1x_1 & + & 5x_2 & + & -1x_3 & + & 4x_4 & + & 9x_5 & = & 50 \\
G_5: & & & 4x_2 & + & x_3 & + & & & 4x_5 & = & 20
\end{array}
$$

a) Nutzen Sie den Algorithmus von Gauß und Jordan zur Lösung linearer Gleichungssysteme, um das folgende Tableau zu vervollständigen:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		Operation
①	0	1	0	4	1	50	
②	−1	5	−1	4	9	50	
③	1	4	3	0	0	40	
④	−1	5	−1	4	9	50	
⑤	0	4	1	0	4	20	
⑥	1	4	3	0	0	40	$+1 \cdot$ ③
⑦			0	4	1	50	① $+ 0 \cdot$ ③
⑧			2	4			② $+ 1 \cdot$ ③
⑨			2	4	9	90	④ $+ 1 \cdot$ ③
⑩	0	4	1	0	4	20	⑤ $+ 0 \cdot$ ③
⑪		0	3	−16	−4	−160	
⑫		1	0	4	1	50	$+1 \cdot$ ⑦
⑬	0		2		0		⑧ $- 9 \cdot$ ⑦
⑭		0	2	−32	0	−360	⑨ $- 9 \cdot$ ⑦
⑮	0	0		−16	0		⑩ $- 4 \cdot$ ⑦
⑯	1	0	0				
⑰	0	1	0	4	1		⑫ $+ 0 \cdot$ ⑮
⑱	0	0	1	−16	0	−180	$+1 \cdot$ ⑮
⑲	0	0	0		0	0	⑬ $- 2 \cdot$ ⑮
⑳	0	0	0	0	0		⑭ $- 2 \cdot$ ⑮

b) Geben Sie alle Lösungen des Gleichungssystems an.

c) Geben Sie alle Lösungen des Gleichungssystems an, wenn $x_4 = 0$ und $x_5 = 10$ beträgt.

Aufgabe 7

10 Punkte

Gegeben sind die Matrizen A, B mit

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

Außerdem ist bekannt, dass $\det(A) = -6$ und $\det(B) = 1$ (Das müssen Sie nicht nachrechnen). Berechnen Sie damit

a) $\det(A^{-1})$

b) $\det(AB)$

c) $\det(A + B)$

d) $\det(A^2 B^{-1})$

e) $\det(2B)$