

Aufgabe 1

15 Punkte





Aufgabe 2

20 Punkte

Die Rentnerfamilie in Dinslaken. Diese Jahr will der Nikolaus die Anzahl der Äpfel und die Anzahl Schokoladenkugeln, die er den Kindern bringt, so optimieren, dass das Wohlbefinden der Kinder maximiert wird. Dabei gibt es pro Fahrt mit dem Schlitten folgende Einschränkungen zu beachten:

- Die Rentner schaffen es maximal 150 kg Zuladung auf dem Schlitten zu transportieren. Der Nikolaus wiegt 130 kg, ein Apfel wiegt 250g, ein Schokoladenkugel 30g.
- Damit die alten Äpfel vom letzten Jahr vollständig mitverwertet werden müssen mindestens 2000 Äpfel mitnehmen.
- Schokoladenkugeln bestellt der Nikolaus günstig für 0,05 € im Internet, während er für die Äpfel (Brotqualität) € pro Stück bezahlen muss. Insgesamt darf er pro Fahrt ein Budget von 400 € nicht überschreiten.

Die zu maximierende Wohlfahrt der Kinder nach dem Besuch des Nikolaus ist gegeben durch die Funktion

$$W(x, y) = 0,000001x^2 + 0,000001y^2 + 0,000001xy$$

- Formulieren Sie das Problem als lineares Programm mit Zielfunktion und 2 Nebenbedingungen.
- Skizzieren Sie den Zulässigkeitsbereich. Markieren Sie die theoretisch möglichen Optimallösungen und berechnen Sie deren Koordinaten.
- Wieviel Äpfel und wie viele Schokoladenkugeln muss der Nikolaus pro Fahrt mitnehmen, so dass es den Kindern am besten geht?



Aufgabe 3

14 Punkte

Der Nikolaus hat beobachtet, dass die Anzahl r der erkälteten und damit nicht einsatzfähigen Rentiere von der Temperatur t (in Grad Celsius) im Stall gemäß der Differentialgleichung

$$t - r = tr' + 1$$

abhängt. Bestimmen Sie für $t > 0$ die Lösung des Anfangswertproblems, wenn bei einem Grad 20 Rentiere krank sind, also $r(1) = 20$.





Aufgabe 4

21 Punkte

16 Weihnachtswichtel werden gefragt, wieviel Geschenke sie im aktuellen November und Dezember ausgeliefert haben (Merkmal X). Folgende Antworten wurden gegeben:

170, 130, 15, 20, 15, 155, 15, 190, 160, 160, 5, 20, 130, 10, 135, 25

- Bestimmen Sie das arithmetische Mittel, den Median sowie die Standardabweichung von X .
- Erstellen Sie eine Tabelle der kumulierten relativen Häufigkeiten zu allen in der Umfrage genannten Ausprägungen.
- Geben Sie zur empirischen Verteilungsfunktion F die Werte $F(15)$ und $F(160)$ an.
- Ordnen Sie die erhobenen Werte den Klassen

Klasse	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
Intervall	[0, 15)	[15, 78)	[78, 160)	[160, 165)	[165, 190]

zu und geben Sie zu dieser Klassierung eine Häufigkeitstabelle an.

- Zeichnen Sie ein Histogramm der klassierten Daten.
- Bestimmen Sie auf Basis der Klassenmitten einen Näherungswert für das arithmetische Mittel und die Standardabweichung.
- Warum unterscheidet sich die Standardabweichung der tatsächlichen Werte aus Teilaufgabe a) von dem in Teilaufgabe f) ermittelten Wert?



Aufgabe 5

12 Punkte

Weihnachtswichtel Willi ist vom vielen Geschenkeeinpacken heute nach dem Aufstehen ziemlich verwirrt (ein bisschen hat er am Vorabend auch am Weihnachtspunsch vom Nikolaus genascht). Er kann sich erinnern, dass es schon Dezember ist, sicher ist er sich aber nicht, welcher Tag heute ist. Auf jeden Fall ist heute noch nicht der 24. Dezember. Die vier Adventssonntage sind dieses Jahr am 29. November, am 6., am 13. und am 20. Dezember.

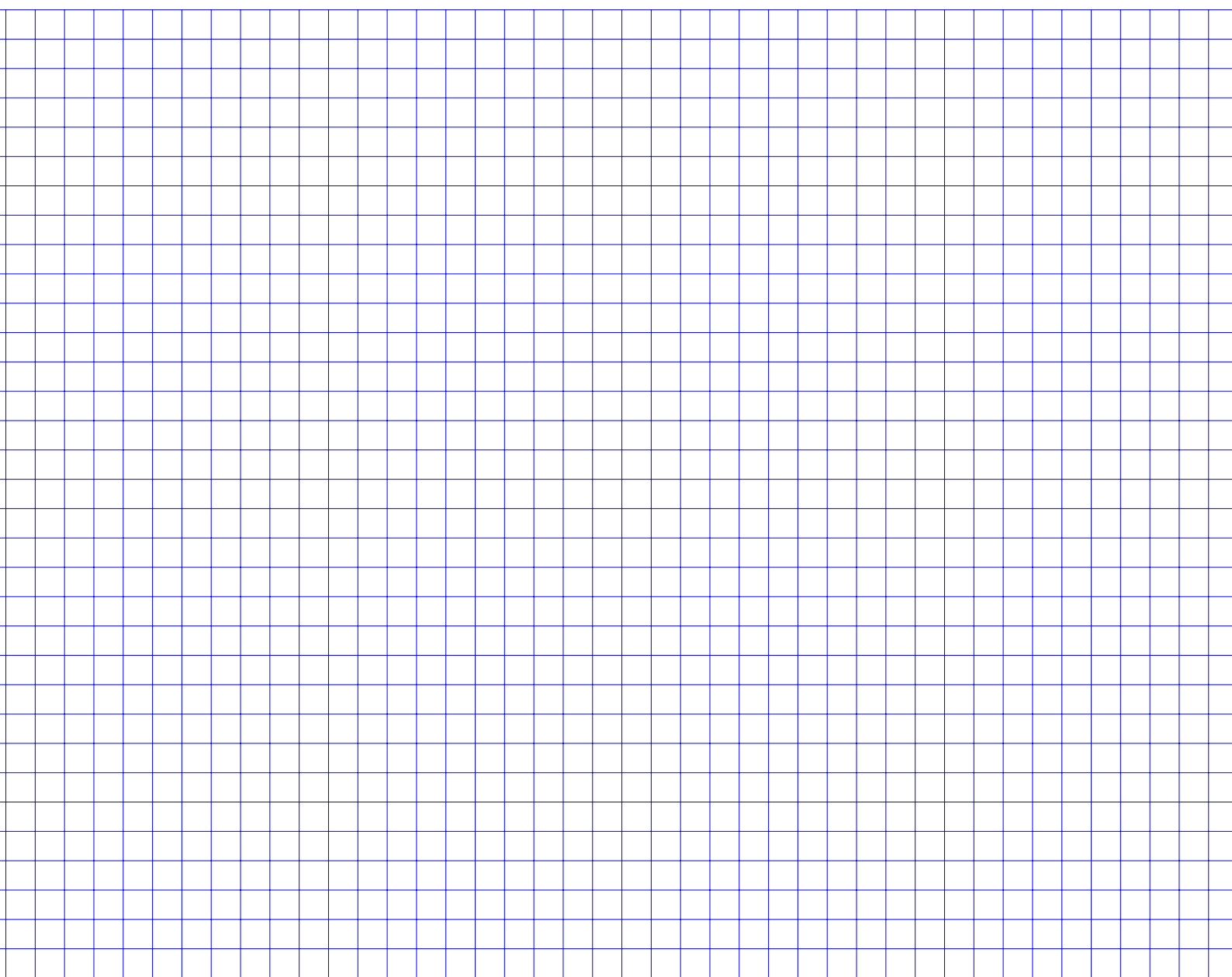
- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist heute Sonntag?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist heute der 4. Advent?

Willi weiß er aus der Vergangenheit, dass das Christkind an den Adventssonntagen am Frühstückstisch mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % ziemlich laut Weihnachtslieder singt, an den anderen Tagen des Dezembers singt es zum Glück nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 5 %.

- c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Christkind an einem zufällig ausgewählten Tag (vom 1. bis zum 23. Dezember) am Frühstückstisch singt?

Willi setzt sich an den Küchentisch. Das Christkind singt.

- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist heute Sonntag?
- e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist heute der 4. Advent?





Aufgabe 6

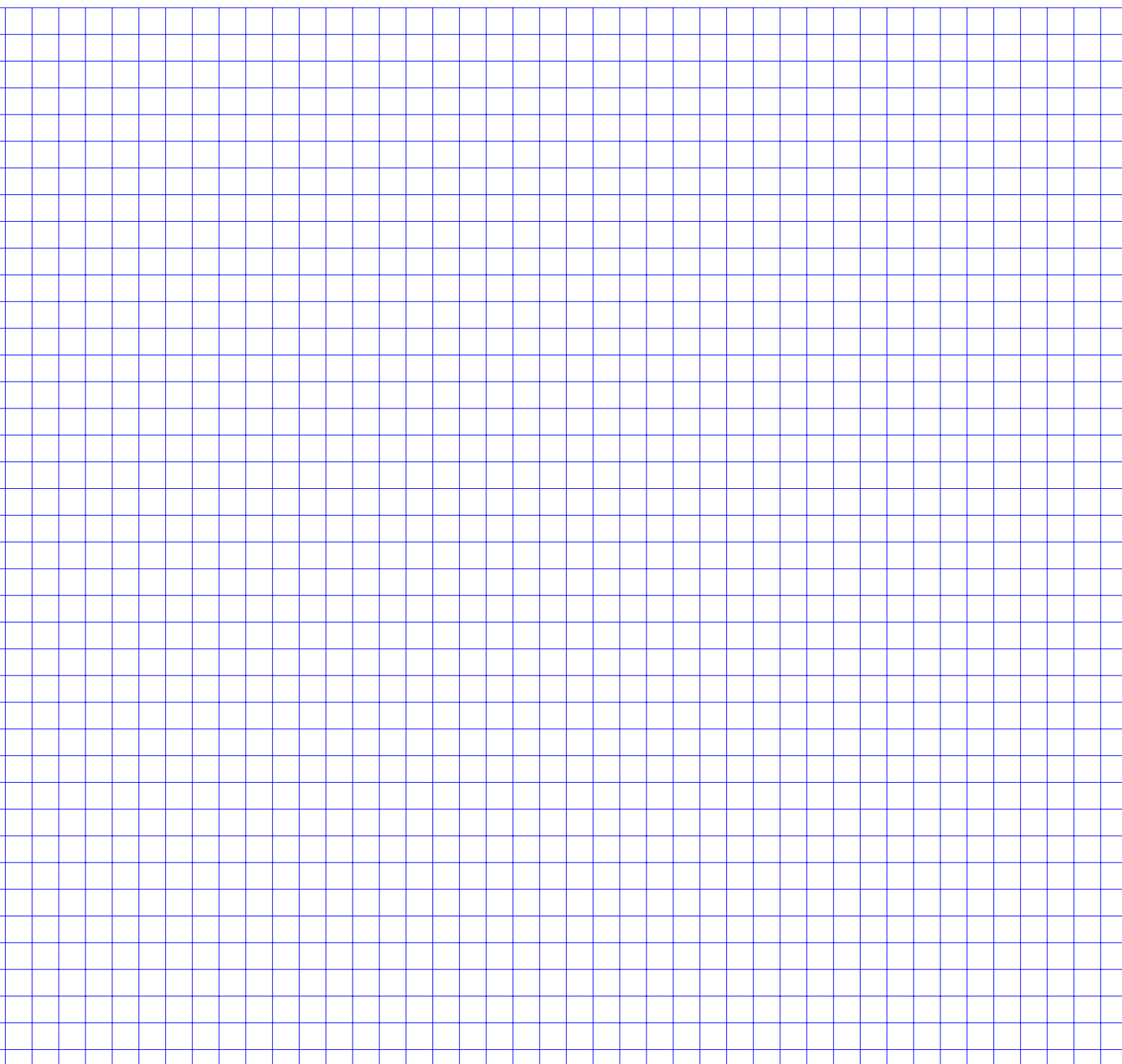
8 Punkte

Weihnachtswichtel Willi backt Lebkuchen. Der Nikolaus kommt am Nachmittag zu einer Überraschkungskontrolle und entnimmt eine einfache Stichprobe von 20 Stück aus Willis Produktion. Für das Gewicht X_i eines Lebkuchens (in Gramm) ermittelt er in der Stichprobe die folgenden Ausprägungen a_i bzw. deren Häufigkeiten h_i .

a_i	190	200	210	220	230	240	250	260	270
h_i	1	1	2	4	4	3	2	2	1

Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass das Gewicht der Lebkuchen aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammt.

Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für den Mittelwert des Gewichts der Lebkuchen zu einem Konfidenzniveau von 95 %.













Tabellen

Binomialverteilung $X \sim B(n; p)$, Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$

$n = 2$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
0	0,9801	0,9604	0,9409	0,9216	0,9025	0,8836	0,8649	0,8464	0,8281	0,8100	0,6400	0,5625	0,4900	0,3600	0,2500
1	0,9999	0,9996	0,9991	0,9984	0,9975	0,9964	0,9951	0,9936	0,9919	0,9900	0,9600	0,9375	0,9100	0,8400	0,7500

$n = 3$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
0	0,9703	0,9412	0,9127	0,8847	0,8574	0,8306	0,8044	0,7787	0,7536	0,7290	0,5120	0,4219	0,3430	0,2160	0,1250
1	0,9997	0,9988	0,9974	0,9953	0,9928	0,9896	0,9860	0,9818	0,9772	0,9720	0,8960	0,8438	0,7840	0,6480	0,5000
2	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9998	0,9997	0,9995	0,9993	0,9990	0,9920	0,9844	0,9730	0,9360	0,8750

$n = 4$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
0	0,9606	0,9224	0,8853	0,8493	0,8145	0,7807	0,7481	0,7164	0,6857	0,6561	0,4096	0,3164	0,2401	0,1296	0,0625
1	0,9994	0,9977	0,9948	0,9909	0,9860	0,9801	0,9733	0,9656	0,9570	0,9477	0,8192	0,7383	0,6517	0,4752	0,3125
2	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9995	0,9992	0,9987	0,9981	0,9973	0,9963	0,9728	0,9492	0,9163	0,8208	0,6875
3	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9984	0,9961	0,9919	0,9744	0,9375

$n = 5$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
0	0,9510	0,9039	0,8587	0,8154	0,7738	0,7339	0,6957	0,6591	0,6240	0,5905	0,3277	0,2373	0,1681	0,0778	0,0313
1	0,9990	0,9962	0,9915	0,9852	0,9774	0,9681	0,9575	0,9456	0,9326	0,9185	0,7373	0,6328	0,5282	0,3370	0,1875
2	1,0000	0,9999	0,9997	0,9994	0,9988	0,9980	0,9969	0,9955	0,9937	0,9914	0,9421	0,8965	0,8369	0,6826	0,5000
3	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9998	0,9997	0,9995	0,9933	0,9844	0,9692	0,9130	0,8125
4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9990	0,9976	0,9898	0,9688

$n = 6$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
0	0,9415	0,8858	0,8330	0,7828	0,7351	0,6899	0,6470	0,6064	0,5679	0,5314	0,2621	0,1780	0,1176	0,0467	0,0156
1	0,9985	0,9943	0,9875	0,9784	0,9672	0,9541	0,9392	0,9227	0,9048	0,8857	0,6554	0,5339	0,4202	0,2333	0,1094
2	1,0000	0,9998	0,9995	0,9988	0,9978	0,9962	0,9942	0,9915	0,9882	0,9842	0,9011	0,8306	0,7443	0,5443	0,3438
3	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9997	0,9995	0,9992	0,9987	0,9830	0,9624	0,9295	0,8208	0,6563
4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9984	0,9954	0,9891	0,9590	0,8906
5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9993	0,9959	0,9844

$n = 7$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
0	0,9321	0,8681	0,8080	0,7514	0,6983	0,6485	0,6017	0,5578	0,5168	0,4783	0,2097	0,1335	0,0824	0,0280	0,0078
1	0,9980	0,9921	0,9829	0,9706	0,9556	0,9382	0,9187	0,8974	0,8745	0,8503	0,5767	0,4449	0,3294	0,1586	0,0625
2	1,0000	0,9997	0,9991	0,9980	0,9962	0,9937	0,9903	0,9860	0,9807	0,9743	0,8520	0,7564	0,6471	0,4199	0,2266
3	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9996	0,9993	0,9988	0,9982	0,9973	0,9667	0,9294	0,8740	0,7102	0,5000
4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9998	0,9953	0,9871	0,9712	0,9037	0,7734
5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9996	0,9987	0,9962	0,9812	0,9375
6	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9984	0,9922

$n = 8$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
0	0,9227	0,8508	0,7837	0,7214	0,6634	0,6096	0,5596	0,5132	0,4703	0,4305	0,1678	0,1001	0,0576	0,0168	0,0039
1	0,9973	0,9897	0,9777	0,9619	0,9428	0,9208	0,8965	0,8702	0,8423	0,8131	0,5033	0,3671	0,2553	0,1064	0,0352
2	0,9999	0,9996	0,9987	0,9969	0,9942	0,9904	0,9853	0,9789	0,9711	0,9619	0,7969	0,6785	0,5518	0,3154	0,1445
3	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9996	0,9993	0,9987	0,9978	0,9966	0,9950	0,9437	0,8862	0,8059	0,5941	0,3633
4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9997	0,9996	0,9896	0,9727	0,9420	0,8263	0,6367
5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9988	0,9958	0,9887	0,9502	0,8555
6	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9987	0,9915	0,9648
7	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9993	0,9961

$n = 9$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
0	0,9135	0,8337	0,7602	0,6925	0,6302	0,5730	0,5204	0,4722	0,4279	0,3874	0,1342	0,0751	0,0404	0,0101	0,0020
1	0,9966	0,9869	0,9718	0,9522	0,9288	0,9022	0,8729	0,8417	0,8088	0,7748	0,4362	0,3003	0,1960	0,0705	0,0195
2	0,9999	0,9994	0,9980	0,9955	0,9916	0,9862	0,9791	0,9702	0,9595	0,9470	0,7382	0,6007	0,4628	0,2318	0,0898
3	1,0000	1,0000	0,9999	0,9997	0,9994	0,9987	0,9977	0,9963	0,9943	0,9917	0,9144	0,8343	0,7297	0,4826	0,2539
4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9997	0,9995	0,9991	0,9804	0,9511	0,9012	0,7334	0,5000
5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9969	0,9900	0,9747	0,9006	0,7461
6	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9987	0,9957	0,9750	0,9102
7	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9962	0,9805
8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9980

$n = 10$

$\downarrow x \quad p \rightarrow$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
0	0,9044	0,8171	0,7374	0,6648	0,5987	0,5386	0,4840	0,4344	0,3894	0,3487	0,1074	0,0563	0,0282	0,0060	0,0010
1	0,9957	0,9838	0,9655	0,9418	0,9139	0,8824	0,8483	0,8121	0,7746	0,7361	0,3758	0,2440	0,1493	0,0464	0,0107
2	0,9999	0,9991	0,9972	0,9938	0,9885	0,9812	0,9717	0,9599	0,9460	0,9298	0,6778	0,5256	0,3828	0,1673	0,0547
3	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9990	0,9980	0,9964	0,9942	0,9912	0,9872	0,8791	0,7759	0,6496	0,3823	0,1719
4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9997	0,9994	0,9990	0,9984	0,9672	0,9219	0,8497	0,6331	0,3770
5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9936	0,9803	0,9527	0,8338	0,6230
6	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9991	0,9965	0,9894	0,9452	0,8281
7	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9984	0,9877	0,9453
8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9983	0,9893
9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9990

Verteilungsfunktion Φ der Standardnormalverteilung

Dabei bedeutet $\Phi(x)$ zum Beispiel: $\Phi(2,13) = \Phi(2,1 + 0,03) = 0,9834$. Diesen Wert findet man in der Zeile mit $x_1 = 2,1$ und der Spalte mit $x_2 = 0,03$.

$x_1 \backslash x_2$	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1	0,84134	0,84375	0,84614	0,84850	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99897	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976

α -Fraktile der χ^2 -Verteilung mit n Freiheitsgraden

$\downarrow \alpha \setminus n \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0,005	0,00	0,01	0,07	0,21	0,41	0,68	0,99	1,34	1,73	2,16	2,60	3,07	3,56	4,07	4,60
0,01	0,00	0,02	0,11	0,30	0,55	0,87	1,24	1,65	2,09	2,56	3,05	3,57	4,11	4,66	5,23
0,025	0,00	0,05	0,22	0,48	0,83	1,24	1,69	2,18	2,70	3,25	3,82	4,40	5,01	5,63	6,26
0,05	0,00	0,10	0,35	0,71	1,15	1,64	2,17	2,73	3,33	3,94	4,57	5,23	5,89	6,57	7,26
0,1	0,02	0,21	0,58	1,06	1,61	2,20	2,83	3,49	4,17	4,87	5,58	6,30	7,04	7,79	8,55
0,2	0,06	0,45	1,01	1,65	2,34	3,07	3,82	4,59	5,38	6,18	6,99	7,81	8,63	9,47	10,31
0,25	0,10	0,58	1,21	1,92	2,67	3,45	4,25	5,07	5,90	6,74	7,58	8,44	9,30	10,17	11,04
0,4	0,28	1,02	1,87	2,75	3,66	4,57	5,49	6,42	7,36	8,30	9,24	10,18	11,13	12,08	13,03
0,5	0,45	1,39	2,37	3,36	4,35	5,35	6,35	7,34	8,34	9,34	10,34	11,34	12,34	13,34	14,34
0,6	0,71	1,83	2,95	4,04	5,13	6,21	7,28	8,35	9,41	10,47	11,53	12,58	13,64	14,69	15,73
0,75	1,32	2,77	4,11	5,39	6,63	7,84	9,04	10,22	11,39	12,55	13,70	14,85	15,98	17,12	18,25
0,8	1,64	3,22	4,64	5,99	7,29	8,56	9,80	11,03	12,24	13,44	14,63	15,81	16,98	18,15	19,31
0,9	2,71	4,61	6,25	7,78	9,24	10,64	12,02	13,36	14,68	15,99	17,27	18,55	19,81	21,06	22,31
0,95	3,84	5,99	7,81	9,49	11,07	12,59	14,07	15,51	16,92	18,31	19,68	21,03	22,36	23,68	25,00
0,975	5,02	7,38	9,35	11,14	12,83	14,45	16,01	17,53	19,02	20,48	21,92	23,34	24,74	26,12	27,49
0,99	6,63	9,21	11,34	13,28	15,09	16,81	18,48	20,09	21,67	23,21	24,73	26,22	27,69	29,14	30,58
0,995	7,88	10,60	12,84	14,86	16,75	18,55	20,28	21,95	23,59	25,19	26,76	28,30	29,82	31,32	32,80

$\downarrow \alpha \setminus n \rightarrow$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0,005	5,14	5,70	6,26	6,84	7,43	8,03	8,64	9,26	9,89	10,52	11,16	11,81	12,46	13,12	13,79
0,01	5,81	6,41	7,01	7,63	8,26	8,90	9,54	10,20	10,86	11,52	12,20	12,88	13,56	14,26	14,95
0,025	6,91	7,56	8,23	8,91	9,59	10,28	10,98	11,69	12,40	13,12	13,84	14,57	15,31	16,05	16,79
0,05	7,96	8,67	9,39	10,12	10,85	11,59	12,34	13,09	13,85	14,61	15,38	16,15	16,93	17,71	18,49
0,1	9,31	10,09	10,86	11,65	12,44	13,24	14,04	14,85	15,66	16,47	17,29	18,11	18,94	19,77	20,60
0,2	11,15	12,00	12,86	13,72	14,58	15,44	16,31	17,19	18,06	18,94	19,82	20,70	21,59	22,48	23,36
0,25	11,91	12,79	13,68	14,56	15,45	16,34	17,24	18,14	19,04	19,94	20,84	21,75	22,66	23,57	24,48
0,4	13,98	14,94	15,89	16,85	17,81	18,77	19,73	20,69	21,65	22,62	23,58	24,54	25,51	26,48	27,44
0,5	15,34	16,34	17,34	18,34	19,34	20,34	21,34	22,34	23,34	24,34	25,34	26,34	27,34	28,34	29,34
0,6	16,78	17,82	18,87	19,91	20,95	21,99	23,03	24,07	25,11	26,14	27,18	28,21	29,25	30,28	31,32
0,75	19,37	20,49	21,60	22,72	23,83	24,93	26,04	27,14	28,24	29,34	30,43	31,53	32,62	33,71	34,80
0,8	20,47	21,61	22,76	23,90	25,04	26,17	27,30	28,43	29,55	30,68	31,79	32,91	34,03	35,14	36,25
0,9	23,54	24,77	25,99	27,20	28,41	29,62	30,81	32,01	33,20	34,38	35,56	36,74	37,92	39,09	40,26
0,95	26,30	27,59	28,87	30,14	31,41	32,67	33,92	35,17	36,41	37,65	38,89	40,11	41,34	42,56	43,77
0,975	28,85	30,19	31,53	32,85	34,17	35,48	36,78	38,08	39,36	40,65	41,92	43,19	44,46	45,72	46,98
0,99	32,00	33,41	34,81	36,19	37,57	38,93	40,29	41,64	42,98	44,31	45,64	46,96	48,28	49,59	50,89
0,995	34,27	35,72	37,16	38,58	40,00	41,40	42,80	44,18	45,56	46,93	48,29	49,64	50,99	52,34	53,67

α -Fraktile der t -Verteilung mit n Freiheitsgraden

$\downarrow n \setminus \alpha \rightarrow$	0,6	0,75	0,8	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	0,325	1,000	1,376	3,078	6,314	12,706	31,820	63,657
2	0,289	0,816	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,277	0,765	0,979	1,638	2,353	3,183	4,541	5,841
4	0,271	0,741	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,267	0,727	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,265	0,718	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,263	0,711	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,262	0,706	0,889	1,397	1,860	2,306	2,897	3,355
9	0,261	0,703	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,260	0,700	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,260	0,698	0,875	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,259	0,696	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,054
13	0,259	0,694	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,258	0,692	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,258	0,691	0,866	1,341	1,753	2,131	2,603	2,947
16	0,258	0,690	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,257	0,689	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,257	0,688	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,257	0,688	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,257	0,687	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,257	0,686	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,256	0,686	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,256	0,685	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,256	0,685	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,256	0,684	0,856	1,316	1,708	2,059	2,485	2,787
26	0,256	0,684	0,856	1,315	1,706	2,055	2,479	2,779
27	0,256	0,684	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,256	0,683	0,855	1,312	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,256	0,683	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,256	0,683	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750

α -Fraktile der F -Verteilung mit den Freiheitsgraden ν_1 und ν_2

$\alpha = 0,95$

$\nu_1 \backslash \nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	40	50	100
1	161,4	18,51	10,13	7,71	6,61	5,99	5,59	5,32	5,12	4,96	4,54	4,35	4,17	4,08	4,03	3,94
2	199,5	19,00	9,55	6,94	5,79	5,14	4,74	4,46	4,26	4,10	3,68	3,49	3,32	3,23	3,18	3,09
3	215,7	19,16	9,28	6,59	5,41	4,76	4,35	4,07	3,86	3,71	3,29	3,10	2,92	2,84	2,79	2,70
4	224,6	19,25	9,12	6,39	5,19	4,53	4,12	3,84	3,63	3,48	3,06	2,87	2,69	2,61	2,56	2,46
5	230,2	19,30	9,01	6,26	5,05	4,39	3,97	3,69	3,48	3,33	2,90	2,71	2,53	2,45	2,40	2,31
6	234,0	19,33	8,94	6,16	4,95	4,28	3,87	3,58	3,37	3,22	2,79	2,60	2,42	2,34	2,29	2,19
7	236,8	19,35	8,89	6,09	4,88	4,21	3,79	3,50	3,29	3,14	2,71	2,51	2,33	2,25	2,20	2,10
8	238,9	19,37	8,85	6,04	4,82	4,15	3,73	3,44	3,23	3,07	2,64	2,45	2,27	2,18	2,13	2,03
9	240,5	19,38	8,81	6,00	4,77	4,10	3,68	3,39	3,18	3,02	2,59	2,39	2,21	2,12	2,07	1,97
10	241,9	19,40	8,79	5,96	4,74	4,06	3,64	3,35	3,14	2,98	2,54	2,35	2,16	2,08	2,03	1,93
15	245,9	19,43	8,70	5,86	4,62	3,94	3,51	3,22	3,01	2,85	2,40	2,20	2,01	1,92	1,87	1,77
20	248,0	19,45	8,66	5,80	4,56	3,87	3,44	3,15	2,94	2,77	2,33	2,12	1,93	1,84	1,78	1,68
30	250,1	19,46	8,62	5,75	4,50	3,81	3,38	3,08	2,86	2,70	2,25	2,04	1,84	1,74	1,69	1,57
40	251,1	19,47	8,59	5,72	4,46	3,77	3,34	3,04	2,83	2,66	2,20	1,99	1,79	1,69	1,63	1,52
50	251,8	19,48	8,58	5,70	4,44	3,75	3,32	3,02	2,80	2,64	2,18	1,97	1,76	1,66	1,60	1,48
100	253,0	19,49	8,55	5,66	4,41	3,71	3,27	2,97	2,76	2,59	2,12	1,91	1,70	1,59	1,52	1,39

$\alpha = 0,99$

$\nu_1 \backslash \nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	40	50	100
1	4052	98,50	34,12	21,20	16,26	13,75	12,25	11,26	10,56	10,04	8,68	8,10	7,56	7,31	7,17	6,90
2	5000	99,00	30,82	18,00	13,27	10,92	9,55	8,65	8,02	7,56	6,36	5,85	5,39	5,18	5,06	4,82
3	5403	99,17	29,46	16,69	12,06	9,78	8,45	7,59	6,99	6,55	5,42	4,94	4,51	4,31	4,20	3,98
4	5625	99,25	28,71	15,98	11,39	9,15	7,85	7,01	6,42	5,99	4,89	4,43	4,02	3,83	3,72	3,51
5	5764	99,30	28,24	15,52	10,97	8,75	7,46	6,63	6,06	5,64	4,56	4,10	3,70	3,51	3,41	3,21
6	5859	99,33	27,91	15,21	10,67	8,47	7,19	6,37	5,80	5,39	4,32	3,87	3,47	3,29	3,19	2,99
7	5928	99,36	27,67	14,98	10,46	8,26	6,99	6,18	5,61	5,20	4,14	3,70	3,30	3,12	3,02	2,82
8	5981	99,37	27,49	14,80	10,29	8,10	6,84	6,03	5,47	5,06	4,00	3,56	3,17	2,99	2,89	2,69
9	6022	99,39	27,35	14,66	10,16	7,98	6,72	5,91	5,35	4,94	3,89	3,46	3,07	2,89	2,78	2,59
10	6056	99,40	27,23	14,55	10,05	7,87	6,62	5,81	5,26	4,85	3,80	3,37	2,98	2,80	2,70	2,50
15	6157	99,43	26,87	14,20	9,72	7,56	6,31	5,52	4,96	4,56	3,52	3,09	2,70	2,52	2,42	2,22
20	6209	99,45	26,69	14,02	9,55	7,40	6,16	5,36	4,81	4,41	3,37	2,94	2,55	2,37	2,27	2,07
30	6261	99,47	26,50	13,84	9,38	7,23	5,99	5,20	4,65	4,25	3,21	2,78	2,39	2,20	2,10	1,89
40	6287	99,47	26,41	13,75	9,29	7,14	5,91	5,12	4,57	4,17	3,13	2,69	2,30	2,11	2,01	1,80
50	6303	99,48	26,35	13,69	9,24	7,09	5,86	5,07	4,52	4,12	3,08	2,64	2,25	2,06	1,95	1,74
100	6334	99,49	26,24	13,58	9,13	6,99	5,75	4,96	4,41	4,01	2,98	2,54	2,13	1,94	1,82	1,60