Hochschule Augsburg - Fakultät AW

Professur für
Wirtschaftsmathematik und Statistik

Prof. Dr. Stefan Etschberger

Vorname: ---------------------------

Nachname: ---------------------------

Matrikel-Nr.: ---------------------------

Studiengang: ---------------------------

Versuch Nr.: ---------------------------

Nachholklausur Wirtschaftsmathematik (alte PO)

Prüfer	Etschberger
Prüfungsdatum	16. März 2019
Prüfungsort	Augsburg
Studiengang	Wing
Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Punkte:	90
Die Klausur umfasst	6 Aufgaben auf 17 Seiten
Zugelassene Hilfsmittel	Schreibzeug, Taschenrechner, der nicht 70! berechnen kann, ein mit dem Namen versehenes Din-A4 Blatt mit handgeschriebenen Notizen (keine Kopien oder Ausdrucke)

Weitere Regularien:

- Bitte überprüfen Sie *vor* Bearbeitungsbeginn die Vollständigkeit der Klausurangabe.
- Tragen Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein.
- Die Heftung der Klausur darf nicht verändert werden.
- Bitte tragen Sie die Lösung zu den jeweiligen Aufgaben *nur* direkt im Anschluss an die jeweilige Angabe ein. Sollte der Platz dort nicht ausreichen, verwenden Sie die Ersatzblätter am Ende der Klausurangabe.
- Ergebnisse (auch Zwischenergebnisse) müssen mit mind. 4 gültigen Ziffern angegeben werden.
- Der Lösungsweg muss klar dokumentiert werden.
- Die Klausur ist in ordentlich lesbarer Form zu bearbeiten. Schwer lesbare Teile der Klausur werden als ungültig ersatzlos gestrichen.
- Die Klausur unterliegt der für Sie zur Zeit gültigen Prüfungsordnung.
- Bitte verwenden Sie *keine rote Farbe* zur Bearbeitung der Klausur.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte						
maximal	13	17	16	16	16	12

Aufgabe 1 **13 Punkte**

Im folgenden gelte ein jährlicher Kalkulationszinssatz von $i = q - 1$. Kreuzen Sie pro Aussage jeweils genau einmal wahr oder falsch an.

a) Bei einer Investition mit den Zahlungen B_t $(t = 0, \dots, n)$ bezeichnet man den *internen Zins* als den Zinssatz $i = q - 1 \neq 0$, bei dem

	wahr	falsch
der Kapitalwert gleich dem Barwert aller negativen Zahlungen ist.		
der Kapitalwert gleich 0 ist.		
die aufsummierten diskontierten künftigen (positiven) Rückflüsse der Summe der diskontierten (negativen) Investitionen entsprechen.		

b) Zu einem Investitionsprojekt mit den Zahlungen B_t zu den Zeitpunkten $t = 0, \dots, n$ und einem Kalkulationszinssatz $i = q - 1$ bezeichnet man den Kapitalwert als

	wahr	falsch
die Summe der aufgezinsten Zahlungen $\sum_{t=0}^{n} B_t \cdot q^{n-t}$.		
die Summe der diskontierten Zahlungen $\sum_{t=0}^{n} B_t \cdot q^{-t}$.		
die Summe der Zinsen der Zahlungen $\sum_{t=0}^{n} B_t \left(q^{n-t} - 1\right)$.		

c) Zwei Geldbeträge B_{t_1}, B_{t_2}, die jeweils zu den Zeitpunkten $t_1 < t_2$ gezahlt werden heißen finanzmathematisch äquivalent, genau dann wenn

	wahr	falsch
B_{t_1} sich von B_{t_2} um $i \cdot (t_2 - t_1)$ unterscheidet.		
$B_{t_1} : B_{t_2} = q^{t_1 - t_2}$.		
B_{t_1} und B_{t_2} gleich hoch sind.		
$B_{t_1} \cdot q^{t_2} = B_{t_2} \cdot q^{t_1}$.		

d) Mit welchem Monatszinsfaktor q_{Monat} rechnen Sie bei regelmäßigen, konstant hohen monatlichen Zahlungen bei einem nominalen Jahreszinsfaktor von $q = i + 1$ und monatlicher Zinsabrechnung?

	wahr	falsch
$q_{\text{Monat}} = \sqrt[12]{i + 1}$		
$q_{\text{Monat}} = \sqrt{q/12}$		
$q_{\text{Monat}} = \dfrac{i}{12} + 1$		

Aufgabe 2 **17 Punkte**

Richard muss eine Schuld von 500 000 € innerhalb von 20 Jahren zu einem Jahreszins von 1.5 % annuitätisch tilgen.

a) Wie hoch ist die Annuität bei jährlichen Zahlungen?

b) Ermitteln Sie die Restschuld zu Beginn des 10. Jahres.

c) Geben Sie die 14. Zeile des Tilgungsplans an.

d) Angenommen die Annuität würde $A = 20386.01$ betragen. Wie lange würde es dann dauern, bis der Kredit vollständig getilgt wäre? Wie hoch wäre die Annuität im letzten Jahr?

Aufgabe 3 **16 Punkte**

Für die Herstellung von Nudeln benötigt man Eier (Menge E) und Mehl (Menge M in 100 g). Eine Mengeneinheit Eier kostet 20 Geldeinheiten, eine Mengeneinheit Mehl kostet 100 Geldeinheiten.

Der Produzent möchte seine Nudeln möglichst kostengünstig produzieren.

Es gelten folgende Restriktionen:

(I) Im Lager sind maximal 16 Einheiten Eier sowie 16 Einheiten Mehl vorrätig.

(II) Außerdem verlangt der Produktionsprozess, dass $5E + M \geqq 20$

(III) sowie $M \geqq 5$.

a) Stellen Sie Zielfunktion und Restriktionen des linearen Optimierungsproblems auf.

b) Zeichnen Sie die Restriktionen in ein Koordinatensystem ein und markieren Sie den Zulässigkeitsbereich.

c) Bestimmen Sie die günstigste Mengenkombination an Eiern und Mehl.

Aufgabe 4 **16 Punkte**

Bestimmen Sie für $a > 0$ und die Funktion $b : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ die Lösung des Anfangswertproblems

$$a(2b' - 1) - b = 1, \quad b(2) = 4\,.$$

Aufgabe 5 **16 Punkte**

Für ein metrisches Merkmal X wurden 30 Beobachtungen erfasst. Für X ergibt sich die empirische Verteilungsfunktion F mit

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < 4 \\ 0.2 & \text{für} \quad 4 \leqq x < 8 \\ 0.4 & \text{für} \quad 8 \leqq x < 12 \\ 0.4 & \text{für} \quad 12 \leqq x < 15 \\ 0.7 & \text{für} \quad 15 \leqq x < 22 \\ 0.9 & \text{für} \quad 22 \leqq x < 24 \\ 1 & \text{für} \quad x \geq 24 \end{cases}$$

a) Erstellen Sie eine Tabelle der absoluten Häufigkeiten.

b) Berechnen Sie mit Hilfe der angegebenen empirischen Verteilungsfunktion

(1) den Modus des Merkmals X.

(2) die relative Häufigkeit der Ausprägung 21.

(3) die absolute Häufigkeit der Ausprägung 15.

Für die Teilaufaben c) bis e) sei ein weiteres metrisches Merkmals Y mit ebenfalls $n = 30$ Beobachtungen gegeben. Für Y sind die Ausprägungen a_i und die relativen Häufigkeiten $f(a_i)$ in der folgenden Tabelle aufgeführt:

a_i	3	6	16	22	25
$f(a_i)$	0.1	0.3	0.2	0.2	0.2

c) Bestimmen Sie den Median von Y.

d) Bestimmen Sie die kumulierte relative Häufigkeit für die Ausprägung 17.

e) Berechnen Sie den Anteil der Beobachtungen von Y, an denen eine Ausprägung von mindestens 12, aber weniger als 23 vorliegt.

Für Teilaufgabe f) ist folgende Tabelle zu den Daten der Urliste $x_1, \ldots, x_7$ gegeben.

k	1	2	3	4	5	6	7
x_k	2	2	4	8	8	10	10
p_k	$2/44$	$2/44$	$4/44$	$8/44$	$8/44$	$10/44$	$10/44$
v_k	$2/44$	$4/44$	$8/44$	$16/44$	$24/44$	$34/44$	1
u_k	$1/7$	$2/7$	$3/7$	$4/7$	$5/7$	$6/7$	1

f) Bestimmen Sie die Knickstellen der zugehörigen Lorenzkurve.
(*Hinweis*: Die Lorenzkurve muss nicht gezeichnet werden)

Aufgabe 6 **12 Punkte**

Ein Hersteller von Überraschungseiern wirbt mit folgender (zutreffenden) Aussage:

„In jedem zehnten Ei ist jetzt ein kleiner Schlumpf.“

In allen anderen Eiern befinden sich für Schlumpf-Sammler wertlose Plastikbausätze. Gehen Sie davon aus, dass die Wahrscheinlichkeit, einen Schlumpf zu enthalten, für jedes Überraschungsei gleich groß ist.

Mäxchen ist passionierter Schlumpf-Sammler. Um seine Schlumpfsammlung zu vergrößern, will er eine bestimmte Anzahl Überraschungseier kaufen.

a) Mäxchen kauft 10 Überraschungseier, die er zufällig aus den im Supermarkt angebotenen auswählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mit diesem Einkauf mindestens ein Ei mit Schlumpf erworben hat?

b) Wie viele Überraschungseier müsste Mäxchen kaufen, wenn die Wahrscheinlichkeit, dass sich darunter mindestens ein Überraschungsei mit Schlumpf befindet, nicht kleiner als 95 % sein soll?